Lourdes Maria Werle de Almeida
Thiago Fernando Mendes
Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

SIGNIFICADO EM MOVIMENTO

discussões teóricas e diálogos com a sala de aula

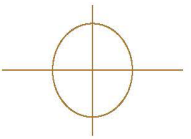


Texto e Contexto
EDITORA

Lourdes Maria Werle de Almeida
Thiago Fernando Mendes
Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

SIGNIFICADO EM MOVIMENTO

discussões teóricas e diálogos com a sala de aula



CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

Universidade Estadual de Londrina

Texto e Contexto
EDITORA

©2026 Lourdes Maria Werle de Almeida; Thiago Fernando Mendes; Bárbara Nilvalda Palharini Alvim Sousa. Todos os direitos reservados aos organizadores

TEXTO E CONTEXTO EDITORA
DIREÇÃO: Vendelino Hauer
EDITORA-CHEFE: Rosenéia Hauer
EDIÇÃO: Equipe Texto e Contexto

CONSELHO EDITORIAL:
Drª. Larissa de Cássia Antunes Ribeiro (UNICENTRO)
Dr. Fábio Augusto Steyer (UEPG)
Drª. Silvana Oliveira (UEPG)
Dr. Anderson Pedro Laurindo (UTFPR)
Drª. Marly Catarina Soares (UEPG)
Drª. Naira de Almeida Nascimento (UTFPR)
Drª Letícia Fraga (UEPG)
Drª. Anna Stegh Camati (UNIANDRADE)
Dr. Evanir Pavloski (UEPG)
Drª. Eunice de Morais (UEPG)
Drª. Joice Beatriz da Costa (UFFS)
Drª. Luana Teixeira Porto (URI)
Dr. César Augusto Queirós (UFAM)
Dr. Valdir Prigol (UFFS)
Drª. Clarisse Ismério (URCAMP)
Dr. Nei Alberto Salles Filho (UEPG)
Drª Ana Flávia Braun Vieira (UEPG)
Dr. Marcos Pereira dos Santos (UTFPR)
Dr. Álvaro Daniel Costa (UNIOESTE)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Significado em movimento [livro eletrônico] : discussões teóricas e diálogos com a sala de aula / organização Lourdes Maria Werle de Almeida , Thiago Fernando Mendes, Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa. -- 1. ed. -- Ponta Grossa, PR : Texto e Contexto Editora, 2026.

Vários autores.
Bibliografia.
ISBN 978-65-6080-128-8

1. Aprendizagem 2. Educação 3. Matemática - Estudo e ensino 4. Professores - Formação continuada I. Almeida, Lourdes Maria Werle de. II. Mendes, Thiago Fernando. III. Sousa, Bárbara Nivalda Palharini Alvim.

26-409894.0 CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Henrique Ribeiro Soares - Bibliotecário - CRB-8/9314

Texto e Contexto Editora
(42) 988834226
textoecontexto.editora@gmail.com.br
www.textoecontextoeditora.com.br

APOIO:
CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....06
PREFÁCIO.....11

1- DISCUTINDO DIMENSÕES PARA O SIGNIFICADO E SUA CONSTRUÇÃO NO ÂMBITO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....14

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa; Jhony Alexander Villa-Ochoa; Lourdes Maria Werle de Almeida; Lucken Bueno Lucas; Rudolph dos Santos Gomes Pereira

2- A SEMIOSE VALORATIVA: INTEGRANDO AS QUALIDADES AXIOLÓGICAS AOS EFEITOS INTERPRETANTES NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA.....36

Daniel Trevisan Sanzovo; Lucken Bueno Lucas

3- COMPREENSÃO PROCESSUAL DA CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....60

Thiago Fernando Mendes

4- MODELAGEM MATEMÁTICA, LINGUAGEM E A CONSTITUIÇÃO DO SIGNIFICADO.....80

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa; Natália de Oliveira Diziró; Michelle Fernanda da Silva

5-CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA: SIGNIFICADOS EM MOVIMENTO À LUZ DE WITTGENSTEIN.....102

Jeferson Takeo Padoan Seki; Lourdes Maria Werle de Almeida

6- SIGNIFICADO PARA O FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: EXPLORANDO UM CONTEXTO.....128

Lourdes Maria Werle de Almeida; Robson Aparecido Ramos Rocha

7- SIGNIFICADO PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA POR PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA.....147

Karina Alessandra Pessoa da Silva

8- UMA VISÃO SOBRE A DIMENSÃO TECNOLÓGICA NA CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....169

Rudolph dos Santos Gomes Pereira; Thiago Sawada; Bianca de Oliveira Martins

9-HACIA UNA CARACTERIZACIÓN DE LA DIMENSIÓN TECNOLÓGICA DE LOS SIGNIFICADOS EN PRÁCTICAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA..199

Jhony Alexander Villa-Ochoa

SOBRE OS AUTORES.....229

APRESENTAÇÃO

O que significa significado? Como o significado, tematizado na área de Educação Matemática, se conecta com entendimentos do senso comum para o termo? Significados são construídos? Se sim, como se dá essa construção? Estas são algumas das perguntas que, nas últimas décadas, vêm se destacando no campo da Educação Matemática. Respostas, ou talvez, proposições de respostas, ensaios e, sobretudo, a busca por evidências para a delimitação dessas respostas, fazem parte das discussões contemporâneas sobre a temática.

Por um lado, a polissemia do conceito de significado decorre da diversidade de perspectivas teóricas que o abordam, incluindo enfoques filosóficos, semióticos, cognitivos e socioculturais, tornando sua compreensão um desafio tanto para a pesquisa quanto para a prática pedagógica. Por outro lado, embora em algum âmbito educacional possa se afirmar que uma atividade tem significado como parte do currículo, os estudantes podem sentir que essa mesma atividade é desprovida de significado. Considerações como essas sobre o significado podem ser discutidas com base em dados empíricos.

Com a expectativa de pesquisar sobre o que o significado é e qual a sua qualificação quando entram em cena o ensino e a aprendizagem em contextos educacionais, um grupo de docentes da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) e Universidade de Antioquia da Colômbia formaram uma rede de investigação. A partir de discussões e alinhamentos com a ideia de que o significado tem relação com a nossa capacidade de experimentar o mundo e de que se pode falar em significado a partir daquilo que a aprendizagem produz em nós, um projeto de pesquisa foi proposto

e aprovado[1] no CNPq com o tema *Caracterizando dimensões da construção de significado na sala de aula: o caso de atividades de modelagem matemática.* Como parte dos resultados que essa investigação vem apresentando está a produção deste livro.

O livro apresenta reflexões teóricas e resultados de pesquisa empírica sobre o significado e sua construção baseados na reflexão coletiva realizada no decorrer do desenvolvimento do projeto, mas considerando também particularidades do interesse e do investimento de cada pesquisador. Além disso, três parcerias com pesquisadores que se dedicam ao tema, ainda que não estejam no escopo do projeto do CNPq aqui em pauta, apresentam no livro sua visão sobre o significado em contextos específicos.

As pesquisas foram desenvolvidas em cursos de Licenciatura em Matemática, programas de mestrado e doutorado das instituições envolvidas bem como em curso de formação de professores realizado como parte das atividades do projeto. O que se pode conjecturar a partir dessas pesquisas é que o significado e a construção de significado seguem uma dinâmica alinhada com as demandas e as ações que a sala de aula com modelagem matemática proporciona. Daí, o título do livro, *Significado em Movimento: discussões teóricas e diálogos com a sala de aula.* O livro está estruturado em nove capítulos.

No Capitulo 1, Discutindo Dimensões para o Significado e sua Construção no Âmbito da Educação Matemática, os proponentes da proposta para o CNPq, Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, Jhony Alexander Villa-Ochoa, Lourdes Maria Werle de Almeida, Lucken Bueno Lucas, Rudolph dos Santos Gomes Pereira, apresentam parte dos resultados relativos à construção das dimensões para a construção de significado: didático-pedagógica, filosófica e tecnológica. Para cada dimensão são apresentados elementos que, em atividades da sala de aula, são representativos da construção de significado, seja por parte do professor ou por parte dos estudantes.

1Projeto financiado pelo CNPq mediante edital nº 405112/2023-8

O capítulo 2, A semiose valorativa: integrando as qualidades axiológicas aos efeitos interpretantes na educação científica dos autores Daniel Trevisan Sanzovo e Lucken Bueno Lucas, caracteriza uma interlocução entre a semiótica Peirceana e a qualidade dos Valores da Axiologia de Risieri Frondizi. Os autores sugerem aspectos que visam compreender como os valores se entrelaçam com os processos de significação, formando uma rede de sentidos que sustenta a aprendizagem e a prática científica.

No capítulo 3, Compreensão processual da construção de significado em uma atividade de modelagem matemática de Thiago Fernando Mendes, o autor propõe que a construção de significado em atividades de modelagem matemática deve ser compreendida como um processo contínuo de reorganização interpretativa, e não como um evento pontual associado à obtenção de uma solução ou de um modelo matemático.

Ao escrever o capítulo 4, Modelagem matemática, linguagem e a constituição do significado, as autoras Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, Natália de Oliveira Diziró e Michelle Fernanda da Silva consideram uma pesquisa empírica com estudantes do Ensino Fundamental para elucidar uma perspectiva filosófica para o significado à luz de elementos da filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein.

Também com base em pressupostos filosóficos wittgensteinianos, Jeferson Takeo Padoan Seki e Lourdes Maria Werle de Almeida, escrevem o capítulo 5 Construção e análise de modelos matemáticos em sala de aula: significados em movimento à luz de Wittgenstein em que, dados empíricos permitem inferir que o significado em atividades de modelagem matemática pode se vincular a diferentes fazeres: o construir modelos e o analisar modelos.

No capítulo 6, Significado para o fazer modelagem matemática na sala de aula: explorando um contexto, Lourdes Maria Werle de Almeida e Robson Aparecido Ramos Rocha, ilustram que o significado em atividades na sala de aula, pode ser caracterizado a partir de diferentes nuances. Particularmente, com

caracterização de significado elucidada no texto, os autores indicam como os estudantes de uma turma do Ensino Médio constroem significado para a modelagem matemática como meio de entender o papel da matemática em um currículo escolar.

A pesquisadora Karina Alessandra Pessoa da Silva apresenta no capítulo 7, com o título Significado para a modelagem matemática por professores em formação continuada, uma pesquisa em que a construção de significado em curso de formação de professores orientada por uma estrutura que considera três eixos- aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática – é investigada a partir de pressupostos da semiótica peirceana. O significado nesse caso, se dá a partir da experiência como norteadora de ações e se revela na construção de signos interpretantes realizados pelos professores.

No capítulo 8 com o título Uma visão sobre a dimensão tecnológica na construção de significados na Educação Matemática, Rudolph dos Santos Gomes Pereira, Thiago Sawada e Bianca de Oliveira Martins, apresentam uma caracterização para uma dimensão tecnológica do significado a partir do modelo do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPACK), compreendendo-a como uma dimensão que emerge das relações estabelecidas entre sujeitos, conhecimentos matemáticos, tecnologias digitais e práticas pedagógicas. O significado não reside na tecnologia em si nem resulta exclusivamente da ação do sujeito, mas constitui-se na atividade desenvolvida quando conteúdos, estratégias pedagógicas e recursos tecnológicos são articulados de forma intencional pelo professor.

No capítulo 9, Hacia una caracterización de la dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación matemática, o autor Jhony Alexander Villa-Ochoa, também apresenta aspectos da caracterização da dimensão tecnológica do significado em práticas de modelagem matemática com as lentes teóricas da semiótica social. A partir de pesquisa inventariante considerando 39 pesquisas, essa dimensão tem uma configuração dinâmica em que a tecnologia participa da produção, da transformação e da validação do conhecimento gerado quando ela dá suporte às atividades de modelagem matemática.

Esperamos que com esse livro novos debates e instigantes reflexões a respeito do significado e sua construção na sala de aula sejam elucidados e novos compartilhamentos de ideias promovam o movimento do significado na pesquisa e nas práticas de sala de aula. Particularmente, que este movimento colabore para o desenvolvimento da área de Modelagem Matemática como campo de pesquisa fértil e como prática de sala de aula próspera e valiosa para a melhoria da qualidade da formação matemática de estudantes e professores.

Lourdes Maria Werle de Almeida

Thiago Fernando Mendes

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

PREFÁCIO

Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho — a de ensinar e não a de transferir conhecimento.

Paulo Freire[2]

O que entendemos por construção de *significado*? O que entendemos por construção de *significado* no contexto da Educação Matemática, em particular nos processos de ensino e de aprendizagem nas salas de aula? E na prática científica? E nas atividades de Modelagem Matemática? E com relação aos modelos matemáticos? Qual o papel da construção de *significado* na formação de professores que ensinam matemática?

Essas são algumas perguntas que este livro nos ajuda a compreender, parte delas até enunciada ao longo de seus capítulos, a partir de discussões teóricas de bastante densidade, bem como com exemplos de situações diversas no contexto escolar, em particular relacionadas à Modelagem Matemática, envolvendo diferentes níveis de ensino e a formação de professores. Isso pode ser sintetizado em seu título: *Significado em Movimento: discussões teóricas e diálogos com a sala de aula*. Nele, os autores evidenciam que a aprendizagem pode se consolidar na construção de *significados*, considerando toda a sua complexidade. O *significado* aqui é entendido por eles como algo vivo, construído e axiológico.

Assim, entendo que este livro nasce da necessidade de problematizar, teorizar e exemplificar a construção de *significado*, compreendendo que a sua busca na Educação Matemática não ocorre de forma neutra ou isolada do contexto. Ela é um processo dinâmico, historicamente situado e profundamente per-

2 FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia*: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra. 2011.

meado por intenções axiológicas, ou seja, por escolhas e valores éticos, sociais e políticos.

Dessa forma, a partir de diferentes dimensões para a construção de *significado* (sejam elas didático-pedagógicas, filosóficas ou tecnológicas), os autores, com base em vivências de sala de aula e reflexões teóricas, discutem como o *significado* não é neutro ou objetivo, mas permeado por influências axiológicas de quem o produz. Aliás, a não neutralidade é evidenciada em vários momentos da obra, lembrando Paulo Freire, que enfatizava que "a educação é um ato político"[3] e, portanto, não pode ser neutra.

A obra articula com maestria as três dimensões para a construção de *significado* mencionadas anteriormente, seja em capítulos teóricos, seja naqueles em que experiências didáticas são utilizadas para ilustrar esse processo. Para isso, traz reflexões sobre como autores da Educação Matemática discutem a construção de *significado*, além de problematizá-la a partir dos aspectos didático-pedagógicos, filosóficos e tecnológicos, considerando o contexto da sala de aula, os sujeitos envolvidos e as abordagens pedagógicas, dentre outros pontos.

Ao tratar a Modelagem Matemática não apenas como uma abordagem de ensino, mas como uma postura epistemológica, os autores nos convidam a enxergar a sala de aula como um espaço vivo de investigação e construção de *significados*. Nesse movimento, eles também enfatizam a potência da Modelagem Matemática. A inclusão das tecnologias, por sua vez, amplia essas possibilidades, podendo reorganizar a forma de construção, de transformação e de validação do *significado* produzido, principalmente quando articulada às atividades de Modelagem Matemática.

Ainda que as páginas a seguir construam seus próprios caminhos teóricos, é impossível não escutar o eco das reflexões de Paulo Freire ao longo de toda a leitura. Quando o patrono da educação brasileira afirmava que "a leitura do mundo precede a leitura da palavra, daí que a posterior leitura desta não pos-

3 FREIRE, Paulo. *Professora, Sim; Tia, Não*: cartas a quem ousa ensinar. 30 ª edição. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra. 2020.

sa prescindir da continuidade da leitura daquele"[4], ele apontava para a necessidade imperativa de ancorar o conhecimento na realidade concreta do sujeito.

Considerando a matemática como uma lente para ler o mundo, na Modelagem Matemática percebemos que a "leitura de mundo", ou seja, a apreensão do contexto, deve anteceder e dar sentido às representações matemáticas construídas ao longo do processo de Modelagem, as quais exigem uma constante análise à luz da própria realidade. Esse movimento pode ser caracterizado como *práxis*[5], entendida como a articulação crítica, dialética e reflexiva entre teoria e prática, na qual ação e reflexão se retroalimentam para transformar a realidade educativa. Assim, a matemática passa a contribuir para a ressignificação do mundo a partir dos *significados* atribuídos às situações e às suas representações.

Na epígrafe deste prefácio, trouxe uma frase de Paulo Freire em que ele afirma que "*ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção*". Na presente obra, os autores deixam claros os caminhos possíveis para a construção de *significados* - caminhos que vão de encontro à ideia de mera transferência de conhecimento, visto que estão embebidos de práxis, de reflexão e de reais possibilidades para a aprendizagem da matemática.

Com isso, os autores entregam ao leitor mais do que uma coletânea de textos: entregam um verdadeiro convite à práxis. Desejo que esta leitura inspire docentes, formadoras e formadores, pesquisadoras e pesquisadores e estudantes a transformarem suas salas de aula e pesquisas em territórios onde a busca pela construção de *significados* seja a meta, fazendo com que a matemática deixe de ser um fim em si mesma para se tornar linguagem de leitura, compreensão e transformação do mundo.

Boa leitura!

Ana Paula dos Santos Malheiros

4 FREIRE, Paulo. *A importância do Ato de Ler*: em três artigos que se completam. 51ª.edição. 5ª reimpressão. São Paulo: Cortez. 2011.

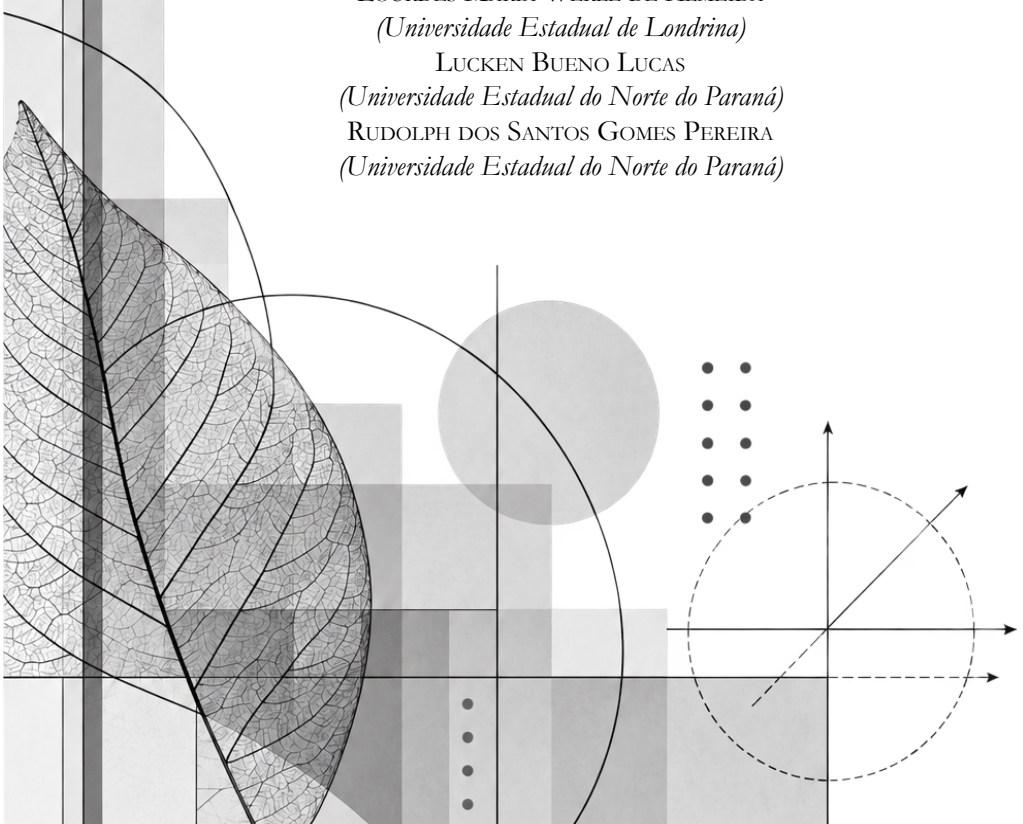
5 FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. 69ª edição. São Paulo: Paz e Terra. 2019.

CAPÍTULO

1

DISCUTINDO DIMENSÕES PARA O SIGNIFICADO E SUA CONSTRUÇÃO NO ÂMBITO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
Jhony Alexander Villa-Ochoa
(Universidad de Antioquia)
Lourdes Maria Werle de Almeida
(Universidade Estadual de Londrina)
Lucken Bueno Lucas
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
Rudolph dos Santos Gomes Pereira
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)



INTRODUÇÃO

A construção de significado é temática de interesse de pesquisas na área educacional. Por um lado, embora idiossincrática, essa construção é influenciada por fatores externos ao sujeito, como o contexto, a comunicação interpessoal, a linguagem e as relações com as tecnologias. Assim, o significado pode ser considerado uma construção coletiva, não neutra, permeada por influências axiológicas.

Atividades realizadas na sala de aula pressupõem que alunos e professores constroem significados acerca dos objetos matemáticos e das relações que estabelecem entre eles e fenômenos da natureza ou da sociedade. A associação entre o significado construído nas aulas, aquele construído nas relações do sujeito com o mundo e as interlocuções entre ambos, está no cerne da atividade matemática.

Por outro lado, a abordagem da construção de significado não é independente da complexidade que parece estar constituída em torno do que se entende por significado a partir de diferentes bases epistemológicas e filosóficas do que se pode dizer a respeito do *significado* em contextos educacionais.

Considerando este cenário, o capítulo introdutório da presente obra, cujo foco é o significado e sua construção na sala de aula, se propõe a apresentar reflexões que sugerem que essas temáticas são balizadas pelas interações na sala de aula, pelos usos da linguagem bem como pelo uso de tecnologias digitais contemporâneas na realização das atividades.

Essas reflexões levam à caracterização de três dimensões para a construção de significado em situações de ensino e aprendizagem: uma dimensão didático-pedagógica, associada às interações entre professores e alunos e também aos valores levados em conta nas atividades educacionais em consonância com o que se reconhece na axiologia; uma dimensão filosófica, considerando uma pragmática da linguagem e da constituição do significado, ancorada nos pressupostos do filósofo Ludwig Wittgenstein; e uma dimensão tecnológica que considera o pen-

samento computacional e as perspectivas das tecnologias digitais para a construção de significados.

Com embasamento teórico relativo à caracterização dessas três dimensões, o capítulo apresenta exemplos e discute elementos das possibilidades de entendimento de significado e de sua construção na sala de aula.

SIGNIFICADO: DISCUTINDO A COMPLEXIDADE DA PALAVRA

Ao abordar o conceito de significado, deparamo-nos com um paradoxo: o termo que deveria esclarecer é, ele próprio, resistente a uma definição. Em português, "significado" provém do latim *significare*, formado por *signum* (sinal) e pela raiz *facere* (fazer). A etimologia revela uma tensão constitutiva: o termo designa, ao mesmo tempo, algo que se mostra (um sinal dado) e algo que se faz (um ato de interpretação). Em inglês, a palavra *meaning* é ambígua, significando tanto intenção (*to mean*) quanto importância (*significance*) ou sentido (*sense*). Em francês, a fronteira entre *sens* e *signification* permanece turva. Essa pluralidade revela que a palavra *significado* não aponta para uma coisa única, mas um campo de relações complexas.

Na filosofia alemã, a pergunta pelo significado desdobrou-se em um debate de mais de um século sobre se ele reside no objeto, no pensamento ou no uso. Frege inaugurou a distinção entre *Sinn* (sentido) e *Bedeutung* (referência) para salvar a objetividade da lógica: o sentido seria o 'modo de apresentação' de um objeto, mas a referência, o objeto em si. Husserl, embora herdeiro dessa tradição, deslocou o problema para a consciência: para ele, *Bedeutung* é o ato intencional de conferir significado, enquanto *Sinn* é a essência ideal visada. Wittgenstein, por sua vez, rompe com ambos: no Tractatus, ainda mantém a distinção, mas já aponta para os limites da linguagem; nas Investigações Filosóficas, abandona de vez o vocabulário fregeano e propõe que o significado não está nem no objeto, nem na consciência, mas no uso público que fazemos das palavras. É essa virada pragmática que orienta a dimensão filosófica deste capítulo.

Falar da busca pelo entendimento de significado é, portanto, falar de uma tradição que se alimenta das perguntas que cada época dirige à linguagem. Ogden e Richards (1989), mapearam dezesseis definições, ou, considerando-se as subdivisões, vinte e duas, para o termo, organizando-as em categorias que vão desde uma propriedade intrínseca das palavras até uma relação escolhida entre signo e objeto, passando por intenções psicológicas, consequências práticas e implicações contextuais. A lista constitui uma evidência empírica de que nenhum conceito, por mais fundamental que seja, pode ser esgotado por uma única definição. Reconhecendo essa complexidade, os autores foram além da catalogação e buscaram sintetizar correntes aparentemente divergentes: a fenomenologia husserliana, a hermenêutica heideggeriana e a semiótica peirciana. O objetivo era encontrar um terreno comum onde semiótica e fenomenologia se complementassem. Essa busca sugere que o significado, em situações concretas, vai além da filosofia analítica, abrindo-se para a experiência vivida, os signos e a interpretação. Tal sistematização revela que o significado não é um ponto, mas um campo de forças no qual coexistem dimensões semânticas, pragmáticas, psicológicas e sociais.

É nessa direção que Zhao (2022) oferece uma contribuição ao propor, a partir da tradição chinesa, o termo *yiyi* (意义) como uma alternativa menos ambígua às noções ocidentais de *meaning*,*Sinn* e *Bedeutung*. Para Zhao, *yiyi* designa o conhecimento do homem sobre a natureza e os fatos sociais, o significado que ele atribui ao objeto e a substância espiritual que transmite e comunica na forma de signos. Essa definição é precisa em três pontos fundamentais: a produção do significado, ou seja, o sujeito atribui significado ao objeto; a interdependência entre significado e signos, isto é, a substância espiritual que se transmite por meio de signos; e a essência do significado, a própria "substância espiritual". Tal perspectiva, ao enfatizar o caráter ativo e relacional do significado, dialoga diretamente com a virada pragmática que Wittgenstein consolidou nas *Investigações Filosóficas*.

No âmbito da semiótica, essa influência se desdobrou em múltiplas direções. O grupo Bacomet (*BAsic COmponents of*

Mathematics Education for Teachers), fundado no final da década de 1970 e ativo nas décadas seguintes, dedicou-se a investigar os processos de significação em contextos educacionais. Um de seus frutos mais expressivos foi o volume *Meaning in Mathematics Education* (Kilpatrick et al., 2005). Nessa obra, o conceito de significado é abordado em sua complexidade: não se trata apenas de compreender o significado de conceitos matemáticos isolados, mas de investigar como ele emerge das práticas comunicativas, das interações sociais e das condições institucionais em que o ensino e a aprendizagem ocorrem. Os autores do Bacomet propõem uma distinção fundamental entre o significado de um conceito como conteúdo a ser ensinado, o significado dentro de uma esfera de prática, como a matemática acadêmica, a aplicação tecnológica ou o cotidiano, e o significado tal como é construído na sala de aula. Essa distinção ecoa a multiplicidade de definições já apontada por Ogden e Richards, mas agora aplicada ao campo específico da Educação Matemática.

Mais recentemente, Skovsmose (2016) vinculou o significado não apenas a operações internas da mente ou a referências empíricas, mas a cenários de investigação e a contextos sociopolíticos. Para o autor, o conceito não é uma propriedade intrínseca, mas algo que se constrói na relação entre as intenções do aprendiz e seu *foreground*, o conjunto de oportunidades que o sujeito interpreta como reais e possíveis em sua vida futura. Essa abordagem, que ele denomina interpretação do significado baseada no *foreground*, desloca a discussão do terreno conceitual para o campo político: o que os estudantes atribuem como significativo em relação à matemática está profundamente condicionado por fatores sociais, econômicos, culturais e religiosos que moldam suas expectativas e aspirações. Nesse contexto, a política do significado, as condições sob as quais algo se torna significativo ou desprovido de sentido, é uma dimensão central da Educação Matemática, seja quando se trata de sexismo, racismo, instrumentalismo ou engajamento político.

No contexto brasileiro, Gottschalk (2015, 2020), apoiada em uma perspectiva wittgensteiniana de linguagem, argumenta que o significado não reside em um mundo platônico de ideias,

nem na mente do aluno, nem em um reino empírico de objetos, mas sim no uso que fazemos dos conceitos em jogos de linguagem particulares. Essa perspectiva tem implicações pedagógicas: ensinar matemática não é transmitir verdades prontas ou facilitar descobertas espontâneas, mas introduzir os alunos em uma gramática, isto é, um conjunto de regras convencionais que, uma vez internalizadas, passam a funcionar como condições de possibilidade para a atribuição de sentido a fenômenos empíricos e a problemas matemáticos.

Essa convergência entre tradições aparentemente distintas, a semiótica de Peirce, a fenomenologia de Husserl, a hermenêutica de Heidegger, o pragmatismo tardio de Wittgenstein, a semiótica filosófica de Zhao e as abordagens críticas de Skovsmose e do grupo Bacomet, indica que: o significado não é uma substância, mas uma prática; não é algo que se possui, mas algo que se faz. E se ele se mostra resistente a definições únicas, isso não é um problema a ser resolvido, mas uma característica a ser explorada, especialmente quando nos voltamos para contextos educacionais, nos quais a negociação de sentidos entre professores, alunos e conteúdo é o que pode possibilitar a aprendizagem. O desafio, como sugere a terapia filosófica wittgensteiniana, não é encontrar uma definição definitiva de significado, mas dissolver as confusões conceituais que nos impedem de ver a multiplicidade de seus usos. Com isso, abre-se espaço para um ensino de Ciências e uma Educação Matemática que sejam significativos, não porque ofereçam respostas prontas, mas porque ensinem a fazer perguntas e a desenvolver autonomia.

SIGNIFICADO E SALA DE AULA

A questão do significado no campo da Educação Matemática constitui um dos desafios enfrentados por educadores e pesquisadores, sendo historicamente reconhecida por sua ambiguidade e multiplicidade de definições, conforme destacado na seção anterior.

Esse desafio se torna ainda mais expressivo quando a discussão se volta para a sala de aula e as dinâmicas aí constituídas.

Neste contexto de sala de aula, a discussão sobre o que é o significado, embora fundamental, consiste apenas no primeiro passo para uma abordagem educacionalmente produtiva da questão. O que realmente passa a ser o cerne, consiste em compreender como o significado é construído, ou seja, quais são os processos, as condições e os mecanismos pelos quais os sujeitos constroem significados para os objetos, símbolos e práticas que encontram em seu percurso de aprendizagem.

De fato, a problemática da construção de significado, na Educação Matemática contemporânea, vem se configurando como eixo fundamental para a compreensão dos processos de ensino e, particularmente, da aprendizagem. Neste contexto, compreender como os significados são construídos, negociados e ressignificados ao longo da atividade matemática na sala de aula tem sido um desafio teórico e metodológico e vem se delineando mediante diferentes abordagens.

Por um lado, para aquelas que se orientam pela teoria sociocultural de Vygotsky, o significado é uma construção social e cultural, uma vez que para Vygotsky, é justamente a linguagem o meio propulsor para a construção do significado.

Por outro lado, um destaque vem sendo dado às representações e seu papel na construção de significando, apontando para elementos que destacam a semiótica e a multimodalidade como meios que possuem potencial para que aprendizes construam significado na sala de aula.

Não excludentes, as duas abordagens não podem se esquivar da noção do que realmente interessa quando um aprendiz está como agente da construção de significado. Kaiser (2008), na esteira dessa problemática, enfatiza que, ainda que na sala de aula sempre esteja no alvo um significado almejado, a construção de significado não é coletiva, mas individual. No entanto, o professor na sala de aula traz o que a autora chama de *ofertas de significado* e que podem ser assimiladas pelos estudantes. Essas ofertas podem ser fornecidas numa aula, por exemplo, sob a forma de proposta de modelagem matemática sugerida pelo

professor em uma aula de matemática ou por uma visita a um jardim botânico numa aula de biologia.

Nessa direção, o significado deixa de ser entendido como uma propriedade intrínseca dos conceitos a serem apreendidos, mas emerge um fenômeno processual – a construção de significado – continuamente produzido, negociado e transformado nas interações que permeiam a atividade da sala de aula.

Para essa construção de significado assim compreendida é preciso ponderar pelas condições e pelos meios que, conjuntamente, fomentam essa construção. Se, por um lado, cognição, sociabilidade e representação são interligadas quando essa trama processual da construção de significado se desencadeia, por outro lado, é possível argumentar que elementos podem também, individualmente, colaborar para que o processo de construção de significado seja clarificado.

É com este entendimento que neste texto consideramos que é pertinente falar em diferentes dimensões para a construção de significado na sala de aula.

CARATERIZANDO DIMENSÕES DA CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO

Nesta seção apresentamos a discussão das dimensões relativas à construção de significados: a dimensão didático-pedagógica, associada às interações entre professores e alunos e também aos valores levados em conta nas atividades educacionais em consonância com o que se reconhece na axiologia; a dimensão filosófica, considerando uma pragmática da linguagem e da construção do significado, ancorada nos pressupostos do filósofo Ludwig Wittgenstein; e a dimensão tecnológica que considera o pensamento computacional e as perspectivas das tecnologias digitais para a construção de significados.

Dimensão didático-pedagógico da construção de significado

A construção de significado na sala de aula não se desvincula das estruturas sociais dos sujeitos envolvidos nas prá-

ticas educativas, o que exige que o processo educacional seja levado em consideração (Skovsmose, 2005). É sob esta égide que se pode caracterizar uma dimensão didático-pedagógica da construção de significados no âmbito educacional. Esta caracterização implica considerar a realidade da sala de aula, os atores envolvidos e as interações entre eles, bem como os objetos pedagógicos diversificados que se elucidam na sala de aula e têm repercussão sobre a construção de significado. Neste contexto, Bishop (2005) reconhece que três aspectos sustentam a construção de significado na sala de aula: as atividades realizadas, o processo comunicacional e a negociação de significado entre professor e estudante.

Em face dessa caracterização, reconhece-se que tal construção não se estabelece no plano da neutralidade, uma vez que as negociações da sala de aula são permeadas por valores/desvalores de todos os tipos, como valores epistêmicos, éticos, estéticos e morais (Lucas; Passos; Arruda, 2016; Manoel, 2021). Parte-se do princípio de que para ensinar e aprender, tanto professores quanto alunos não podem se despir de seus princípios ou estar imunes a influências internas e externas à sala de aula. Conforme caracterizou Patrício (1993), ensinar envolve mobilizar, compartilhar e incutir valores, explícita ou implicitamente, e, como propõem Ruíz (1996) e Frondizi (1977), esses valores não podem ser separados da experiência de vida das pessoas.

Por isso, ainda que muitas pesquisas tenham caracterizado aspectos relevantes do processo de construção de significado, sobretudo no campo da Educação Matemática (Almeida e Silva, 2014; Carreira et al. , 2020; Sousa e Almeida, 2019; Roncato, 2021; Mendes, 2023; Rocha, 2026), a perspectiva axiológica pode oferecer contribuições para estudos mais detalhados acerca das escolhas pedagógicas (e suas consequências) realizadas pelos professores para planejar, executar e revisar suas práticas, gerando reflexões úteis não apenas para o campo de pesquisa do significado, mas para a formação de professores como um todo.

Isso significa que investigações axiológicas que identifiquem, caracterizem e problematizem valores/desvalores implicados nas interações da sala de aula possibilitam compreender

mais que o ato de ensinar, podendo avançar para o campo da formação de professores, a fim de que eles reconheçam e lidem com a influência axiológica que exercem e sofrem no ambiente didático, pois, como evidenciado por Patrício (1993), as atividades de ensino e de aprendizagem envolvem constantes tomadas de decisão orientadas por valores/desvalores que impactam a forma como professores e alunos compreendem o conhecimento escolar, se relacionam com ele e, como propomos neste capítulo, constroem significados. Essa ideia é convergente com as proposições de Frondizi (1977), segundo o qual os valores não podem ser entendidos como simples propriedades dos objetos e nem simples subjetivações das pessoas, mas entes que emergem das relações estabelecidas entre sujeito, objeto e situação, em meio a um dado contexto histórico.

Com base nessas reflexões é que se propõe a noção de que *significados* e *valores* constituem elementos importantes da prática educativa, sendo eles derivados das experiências e negociações advindas desde as instâncias formativas dos professores até a própria atuação profissional, ou seja, a construção de significados envolve práticas sociais nas quais professores e alunos estão imersos.

Em outras palavras, defendemos que os significados estabelecidos em sala de aula não podem ser isoladamente compreendidos como produtos exclusivos da cognição e da comunicação, pois eles carregam modos de valorar a realidade educacional. O estudo da construção de significado, nesse contexto, torna-se mais consistente quando se inclui a dimensão axiológica das práticas educativas.

No campo pedagógico, é possível analisar axiologicamente porque um professor faz a defesa de uma estratégia metodológica específica como, por exemplo, a Modelagem Matemática: ela subjaz valores positivos para ele. Assim, significar e valorar constituem elementos dinâmicos do processo pedagógico.

Essa compreensão se alinha com as ideias de Lucas (2014). O autor defende que a prática docente é sustentada por escolhas valorativas que balizam as decisões pedagógicas, com impactos

na aprendizagem dos alunos. Portanto, ensinar não se resume a mobilizar conhecimentos matemáticos ou didático-pedagógicos, mas assumir posicionamentos (fundamentados em valores/critérios) que se traduzem em ações.

Nesse sentido, ao considerarmos que não há neutralidade nos processos de ensino e de aprendizagem, defendemos que a uma dimensão didático-pedagógica é também uma dimensão didático-pedagógica-axiológica, de modo que, os significados construídos para conceitos científicos e matemáticos, por exemplo, podem se configurar em práticas guiadas por valores em meio às relações que se estabelecem no ambiente didático.

Decorre dessa compreensão que os próprios significados possivelmente construídos nas negociações da sala de aula não podem ser analisados de forma neutra. A detecção de valores, portanto, precisa seguir pressupostos metodológicos adequados a fim de que se possa evidenciar as tipologias e frequências valorativas presentes nos significados construídos e constantemente reconstruídos. Assim, reflexões elaboradas por professores sobre suas próprias ações em sala de aula, podem refletir relações axiológicas dos mais variados tipos, incluindo os significados que eles atribuem ao conhecimento, ao ensino, à aprendizagem e à sua própria identidade com a docência.

Dimensão filosófica: constituição do significado a partir de uma pragmática filosófica

A perspectiva filosófica do capítulo ancora-se na filosofia da linguagem de Ludwig Wittgenstein, em especial sua segunda fase, consolidada nas Investigações Filosóficas (1953). Wittgenstein propõe uma virada pragmática ao afirmar que "o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem" (Wittgenstein, 2013, §43). Desse modo, o significado deixa de ser visto como uma representação mental ou uma correspondência com objetos no mundo para ser compreendido como algo que emerge das práticas sociais e culturais dos sujeitos, as quais ele denomina formas de vida.

Nessa perspectiva, os conceitos não possuem uma essência fixa, mas sim semelhanças de família (Wittgenstein, 2013, §66-67), ou seja, parentescos entre seus diferentes usos em contextos variados. Aprender um conceito, portanto, não é reter uma definição, mas dominar uma técnica de uso em diferentes jogos de linguagem, atividades regradas que envolvem palavras, ações e contextos específicos (Wittgenstein, 2013, §23). Seguir uma regra é uma prática pública, que pressupõe treinamento e acordo entre os membros de uma comunidade.

Essa compreensão tem implicações diretas para o ensino. Por exemplo, o conceito de função não se reduz à sua definição formal. Seu significado se constitui nos múltiplos usos que dele fazemos: para descrever a relação entre tempo e distância percorrida por um carro, ou entre volume de água e valor a ser pago. O professor, assim, não transmite uma verdade pronta, mas introduz os alunos na gramática da matemática, em um conjunto de regras convencionais, que lhes permite atribuir sentido a fenômenos variados. A significação em matemática, portanto, não está em uma suposta correspondência entre conceito e realidade, mas no uso que fazemos dos conceitos para agir e descrever o mundo (Sousa; Almeida, 2019).

Para auxiliar na análise de processos educacionais, o filósofo Arley Ramos Moreno sistematizou a constituição do sentido em duas etapas complementares. A primeira é a introdução de paradigmas, na qual exemplos concretos, gestos ou objetos atuam como amostras que dão sentido inicial a um conceito, uma etapa de etiquetagem. A segunda é a ampliação linguística, na qual o conceito ganha densidade ao ser empregado em diferentes jogos de linguagem, e suas regras de uso passam a funcionar como normas para organizar a experiência.

Por exemplo, no ensino do conceito de equação diferencial ordinária (EDO), a introdução de paradigmas ocorre quando os alunos realizam um experimento e medem a altura da coluna de água em um tanque em esvaziamento. A régua, o cronômetro e os dados coletados (altura em função do tempo) funcionam como paradigmas que ancoram o conceito de EDO na experiência. A ampliação linguística ocorre quando os alu-

nos, de posse da solução da EDO, utilizam-na para prever o comportamento do sistema em outros contextos (por exemplo, calcular o tempo para o tanque esvaziar completamente ou comparar com um novo experimento com um orifício de diâmetro diferente). Os alunos não apenas aplicam a regra, mas negociam sua adequação ao empírico, avaliando se o modelo matemático é uma boa norma para organizar a experiência.

É para Moreno (2012), que o sentido e o significado podem ser distinguidos e auxiliar nas reflexões associadas ao ensino e à aprendizagem. O significado não é algo além da prática linguística; já o sentido surge quando essa palavra é usada em uma situação concreta. Por exemplo: em um problema sobre consumo de água, o termo *função* pode ganhar o sentido de relação entre tempo e volume consumido. Em um estudo de crescimento populacional, pode adquirir o sentido de modelo de variação ao longo do tempo. O significado não mudou (as regras continuam as mesmas), mas mudou o modo como ele se atualiza na prática, como o sujeito o percebe e agrega às suas experiências novos olhares sobre o objeto matemático. Essa distinção auxilia na compreensão de que a aprendizagem matemática não se limita à memorização de definições, mas envolve a capacidade de mobilizar conceitos em diferentes situações, atribuindo-lhes sentidos diversos conforme o contexto de uso.

Sousa (2025) destaca que, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a constituição do sentido por meio de instrumentos linguísticos é o que permite a conexão entre linguagem e mundo. O gesto ostensivo, por exemplo, funciona como técnica linguística de apresentação da linguagem matemática, e atividades investigativas podem servir para apresentar o papel normativo da matemática em nossas formas de vida. Ao manipular formas concretas, construir modelos ou utilizar materiais como o material dourado, os alunos estabelecem relações entre suas experiências com o mundo e a linguagem científica, o que constitui a primeira etapa de articulação do sentido, a introdução de paradigmas na linguagem. Posteriormente, a ampliação linguística ocorre quando os alunos passam a operar com os conceitos matemáticos em diferentes contextos de aplicação, re-

conhecendo a matemática como uma linguagem para descrever, compreender e intervir no mundo.

No campo da matemática, essa perspectiva implica compreender a atividade matemática como um conjunto de jogos de linguagem regidos por regras de natureza convencional. As proposições matemáticas, segundo Wittgenstein, não descrevem o mundo empírico, mas desempenham predominantemente uma função normativa: são proposições gramaticais que estabelecem o que faz sentido dizer sobre quantidades, formas e relações (Gottschalk, 2008, 2010). Elas criam as formas pelas quais descrevemos a experiência, organizando o mundo de determinados modos.

Essa concepção tem implicações diretas para a Educação Matemática. Ensinar matemática, sob essa perspectiva, não é transmitir verdades prontas ou facilitar descobertas espontâneas, mas introduzir os alunos em uma gramática, um conjunto de regras convencionais que, uma vez internalizadas, passam a funcionar como condições de possibilidade para a atribuição de sentido a fenômenos empíricos e a problemas matemáticos (Sousa, Gottschalk, 2023). O professor, nesse contexto, é aquele que apresenta os paradigmas necessários para que os alunos possam jogar os jogos de linguagem da matemática, ensinando-lhes as técnicas e regras que governam o uso dos conceitos matemáticos em diferentes situações. A significação em matemática, portanto, não reside em uma suposta correspondência entre conceitos e objetos, mas no uso que fazemos dos conceitos em diferentes contextos. De acordo com Sousa e Almeida (2019), a constituição de significado no interior de atividades que envolvem a matemática está associada à apropriação linguística dos alunos relativa às regras e técnicas que estão configuradas em jogos de linguagem específicos. Nesse processo, os alunos não apenas aprendem a resolver problemas, mas passam a reconhecer a matemática como uma linguagem para descrever, compreender e intervir no mundo.

Assim, a dimensão filosófica que se pode caracterizar para a construção de significado carrega em si os preceitos de uma pragmática da linguagem, como sugerido em Moreno (2012).

Essa dimensão reconhece o significado como algo que se constitui no uso e na interação entre sujeitos que compartilham uma forma de vida, deslocando a discussão do plano mental para o plano das práticas linguísticas na sala de aula.

Dimensão tecnológica da construção de significados

A dimensão tecnológica pode ser compreendida para além de um enfoque instrumental relacionado ao uso das tecnologias digitais, configurando-se como um campo epistemológico voltado à compreensão da produção de conhecimentos e da construção de significados. Nessa perspectiva, a Filosofia da Tecnologia reflete sobre a essência e o significado da tecnologia para a condição humana, abordando a natureza dos artefatos tecnológicos e seus impactos sobre as culturas, a organização social e as relações de poder (Cupani, 2016). Em complemento, a Epistemologia da Tecnologia concentra-se na natureza do conhecimento implicado na atividade técnica, compreendendo a técnica como uma forma específica de conhecimento que não se reduz à ciência aplicada, mas constitui um modo próprio de produzir e validar saberes (Ferreira, 2020; Vieira Pinto, 2005).

Sob essa perspectiva, as tecnologias digitais deixam de ser compreendidas como artefatos neutros, passando a ser reconhecidas como elementos que influenciam a produção do conhecimento e as relações estabelecidas entre os sujeitos e os objetos de aprendizagem (Ferreira, 2020). A tecnologia configura-se como um construto histórico, social e cultural que incorpora valores, interesses e concepções das sociedades que a produzem e utilizam (Ferreira, 2020; Santos; Boente, 2026). Assim, o significado não é transmitido pela tecnologia, mas construído nas interações entre sujeitos, artefatos digitais e contextos socioculturais.

Essa compreensão permite analisar a relação entre seres humanos e tecnologias digitais como um agenciamento sociotécnico (Ferreira, 2020), no qual a técnica constitui uma mediação orientada por finalidades conscientes (Vieira Pinto, 2005). Dessa forma, tecnologias como softwares de geometria dinâmica, ambientes de programação ou plataformas digitais não ape-

nas apoiam os processos de ensino e aprendizagem, mas reorganizam as formas de interação, representação e produção de significados (Ferreira, 2020). Nessa direção, a dimensão tecnológica evidencia que o significado não se encontra exclusivamente no sujeito nem na tecnologia, mas emerge da atividade que os articula em determinado contexto histórico, social e cultural (Borba; Villarreal, 2005; Ferreira, 2020).

O avanço das tecnologias digitais nos ambientes educacionais tem produzido transformações na organização do trabalho pedagógico, na aprendizagem dos estudantes, na prática docente e nas demandas da formação inicial e continuada de professores. A incorporação dessas tecnologias aos processos educativos amplia as possibilidades de comunicação, interação e construção do conhecimento, exigindo que os docentes desenvolvam conhecimentos capazes de integrá-las às práticas educativas de maneira crítica e contextualizada.

Esse cenário impõe novos desafios à docência e à formação de professores, demandando referenciais que articulem conhecimentos pedagógicos, disciplinares e tecnológicos (Marcos; Gonçalves, 2022). Nesse contexto, destaca-se o modelo Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK), que constitui um referencial para compreender a integração das tecnologias digitais ao ensino.

A base conceitual do TPACK encontra-se nas contribuições de Shulman (1986, 1987), que introduziu o conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge – PCK). Segundo o autor, o conhecimento profissional do professor ultrapassa o domínio dos conteúdos específicos (Content Knowledge – CK), envolvendo também a capacidade de transformá-los em conhecimentos ensináveis por meio de estratégias pedagógicas (Pedagogical Knowledge – PK). A partir desse referencial, e das transformações produzidas pelas tecnologias digitais, Mishra e Koehler (2006) estruturaram o modelo TPACK.

O TPACK descreve os conhecimentos necessários para integrar tecnologias digitais ao ensino por meio da articulação

entre o Conhecimento do Conteúdo (CK), o Conhecimento Pedagógico (PK) e o Conhecimento Tecnológico (TK), compreendido não apenas como domínio operacional das ferramentas, mas como conhecimento de suas funcionalidades, limitações e potencialidades educativas. Esse referencial dialoga com as discussões sobre a natureza complexa da docência na cultura digital (Cavassani; Andrade; Marques, 2024), evidenciando que o domínio isolado da tecnologia não garante práticas pedagógicas capazes de promover aprendizagens significativas (Kleemann; Machado, 2023).

Na intersecção desses domínios encontra-se o TPACK propriamente dito, entendido como um conhecimento integrado que permite ao professor articular conteúdo, pedagogia e tecnologia de forma intencional e contextualizada, considerando o contexto educativo, os objetivos de aprendizagem e as características dos estudantes, sendo desenvolvido continuamente por meio da prática docente e da reflexão sobre essa prática (Silva; Souza, 2023).

Ao considerar que a construção de significados ocorre nas interações entre sujeitos, conhecimentos e tecnologias, o TPACK amplia a compreensão do papel das tecnologias digitais na prática docente. A escolha de um software, de um ambiente virtual ou de uma linguagem de programação constitui uma decisão didático-pedagógica que influencia as formas pelas quais os estudantes representam, investigam, comunicam e atribuem significado aos conceitos científicos e matemáticos.

A docência exige constantes decisões acerca dos conteúdos, das estratégias metodológicas e dos recursos tecnológicos mais adequados aos objetivos educacionais. Nessa perspectiva, o TPACK constitui um modelo explicativo da ação docente que subsidia o planejamento, a implementação e a avaliação de práticas pedagógicas mediadas por tecnologias digitais, contribuindo para o desenvolvimento profissional dos professores (Jiménez Sierra et al., 2023).

Nessa direção, o Pensamento Computacional pode ser compreendido como uma manifestação da articulação entre

conteúdo, pedagogia e tecnologia. Ao envolver processos de abstração, decomposição, reconhecimento de padrões, modelagem e elaboração de algoritmos, mobiliza conhecimentos matemáticos, estratégias pedagógicas e tecnologias digitais de forma integrada. Assim, o TPACK oferece um referencial para compreender como essas dimensões podem ser articuladas na organização de situações de aprendizagem que favoreçam a construção de significados, evidenciando que as tecnologias digitais participam ativamente da produção e da ressignificação dos conceitos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste capítulo, procuramos mostrar que a construção de significado na sala de aula não é um processo simples ou linear, mas um fenômeno multifacetado que exige ser compreendido a partir de diferentes dimensões. Assumimos que o significado não é uma substância, mas uma prática; não é algo que se possui, mas algo que se faz, resultado de negociações, interações e usos da linguagem em contextos específicos.

A dimensão filosófica, ancorada na pragmática da linguagem de Ludwig Wittgenstein e na Epistemologia do Uso de Arley Ramos Moreno, evidenciou que o significado de um conceito matemático ou científico não está em sua correspondência com objetos do mundo, mas no uso que dele se faz em diferentes jogos de linguagem. Essa perspectiva desloca a discussão do plano mental para o plano das práticas linguísticas, mostrando que ensinar não é transmitir verdades prontas, mas introduzir os alunos em uma gramática, um conjunto de regras convencionais que funcionam como condições de possibilidade para a atribuição de sentido a fenômenos empíricos e a problemas matemáticos. A distinção entre significado e sentido, proposta por Moreno, se mostra importante para a prática pedagógica: enquanto o significado é o conjunto de regras de uso de um conceito, o sentido é o que emerge quando esse conceito é mobilizado em uma situação concreta, atualizando-se e ampliando-se na experiência do sujeito.

A dimensão didático-pedagógica complementa essa visão ao destacar que a construção de significado em sala de aula é permeada por interações, negociações e, sobretudo, por valores. Inspirada na axiologia, essa dimensão nos lembra que ensinar e aprender não são atos neutros: professores e alunos trazem para a sala de aula suas experiências, princípios e posicionamentos, que influenciam as escolhas pedagógicas e os próprios significados construídos. A articulação entre significado e valor revela que a prática educativa é dinâmica e situada, exigindo do professor uma reflexão constante sobre suas decisões e sobre o impacto axiológico de sua atuação.

A dimensão tecnológica, por sua vez, amplia o debate ao inserir as tecnologias digitais como elementos que não apenas apoiam, mas reorganizam os processos de produção de significados. As tecnologias não são neutras; elas incorporam valores, interesses e concepções culturais, e a construção de significado emerge da interação entre sujeitos, artefatos digitais e contextos socioculturais. O modelo TPACK oferece um referencial para compreender como essas dimensões podem ser articuladas na prática docente, evidenciando que o Pensamento Computacional, por exemplo, mobiliza conhecimentos matemáticos, estratégias pedagógicas e tecnologias digitais de forma integrada.

Embora apresentadas separadamente para fins analíticos, as três dimensões são interdependentes e emaranhadas na prática educativa. A dimensão filosófica fornece as bases para compreender como os significados se constituem linguisticamente; a dimensão didático-pedagógica situa esse processo no contexto das interações e valores da sala de aula; e a dimensão tecnológica amplia as possibilidades de comunicação, representação e investigação, reorganizando as formas de construir conhecimento.

Assim, a construção de significado na sala de aula emerge como um fenômeno processual, relacional e situado, que não pode ser reduzido a uma única abordagem teórica ou metodológica. Reconhecer essa complexidade é o primeiro passo para que professores e pesquisadores possam desenvolver práticas pedagógicas mais conscientes, críticas e sensíveis às múltiplas dimensões no ensino e na aprendizagem de Ciências e Matemática.

Por fim, este capítulo visa oferecer um panorama teórico que possa inspirar novas pesquisas e práticas. O desafio que se coloca para o campo educacional é, como sugere a terapia filosófica wittgensteiniana, não encontrar uma definição definitiva de significado, mas dissolver as confusões conceituais que nos impedem de ver a multiplicidade de seus usos, e, com isso, abrir espaço para uma educação que ensine a fazer perguntas, a negociar sentidos e a desenvolver autonomia.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras. REVEMAT: R**evista Eletrônica de matemática**, v. 9, p. 124-145, 2014.

BISHOP, Alan J. **Mathematical enculturation**: a cultural perspective on mathematics education. Dordrecht: Kluwer, 2005. (Mathematics Education Library, v. 6).

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. (Mathematics Education Library, v. 39).

CAVASSANI, T. B.; ANDRADE, J. J.; MARQUES, R. N. Integração das TDIC na formação de professores: aproximações entre o modelo TPACK e a abordagem sociocultural. **Educação em Revista**, v. 40, 2024.

CUPANI, A. **Filosofia da tecnologia**: um convite. Florianópolis: UFSC, 2016.

FERREIRA, G. M. S. Tecnologias digitais e educação: uma abordagem epistemológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 46, 2020.

FRONDIZI, R. **¿Qué son los valores?** México: Fondo de Cultura Económica, 1977.

GOTTSCHALK, C. M. C. (org.). **Ensaios filosófico-educacionais de uma perspectiva wittgensteiniana**. Jundiaí: Paco, 2020.

GOTTSCHALK, C. M. C. A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional. **IXTLI**

– Revista Latino-Americana de Filosofia da Educação, v. 2, n. 4, p. 299-315, 2015.

GOTTSCHALK, C. M. C. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. **EDT – Educação Temática Digital**, Campinas, v. 12, n. 1, p. 64-81, jul./dez. 2010.

HUSSERL, E. **Investigações Lógicas**. Tradução de Zeljko Loparic. São Paulo: Nova Cultural, 2000. (Coleção Os Pensadores).

JIMÉNEZ SIERRA, Á. A. et al. Development of the teacher's technological pedagogical content knowledge (TPACK) from the Lesson Study: A systematic review. **Frontiers in Education**, v. 8, p. 1078913, 2023.

KAISER, G. Mathematical modelling as a bridge between school and university. **ZDM Mathematics Education**, v. 40, p. 181-194, 2008.

KILPATRICK, J.; HOYLES, C.; SKOVSMOSE, O. (ed.). **Meaning in Mathematics Education**. New York: Springer, 2005. (Mathematics Education Library, v. 37).

KLEEMANN, R.; COSTA MACHADO, C. Tecnologias Digitais nas Formações Inicial e Continuada de Professores de Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 198–222, 2023.

LUCAS, L. B. **Axiologia relacional pedagógica e a formação inicial de professores de biologia**. 285 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

LUCAS, L. B.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S. de M. A não neutralidade axiológica do processo de formação inicial de professores de Biologia. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 16, p. 499-520, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4475.

MANOEL, A. F. C. **A avaliação da aprendizagem na perspectiva da Axiologia Relacional Pedagógica**: uma proposta de formação inicial aos professores de Biologia. 2021. 117f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2021.

MARCOS, L.; GONÇALVES, V. O modelo TPACK e as tecnologias digitais na formação de professores. In: CONFERÊNCIA IBÉRICA DE INOVAÇÃO NA EDUCAÇÃO COM TIC (ieTIC), 8., 2022, Bragança. **Anais** [...]. Bragança: Instituto Politécnico de Bragança, 2022. p. 330-345.

MENDES, T. F. **Caracterização da Construção de Significado em Atividades de Modelagem Matemática à luz das dimensões semiótica e didática**. 2023. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Londrina, 2023.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.

MORENO, A. R. Introdução a uma epistemologia do uso. **Caderno CRH**, Salvador, v. 25, n. 2, p. 73-95, 2012.

OGDEN, C. K.; RICHARDS, I. A. **O significado de significado**: um estudo da influência da linguagem sobre o pensamento e da ciência do simbolismo. Tradução de Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1989.

PATRÍCIO, M. **Lições de axiologia educacional**. Lisboa: Universidade Aberta, 1993.

ROCHA, Robson. **Significado Em Atividades De Modelagem Matemática: Uma Abordagem Multimodal**. 2026. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Londrina, 2026.

RONCATO, C. R. **Significado em Educação Matemática e estudantes com deficiência: possibilidades de encontros de conceitos.** 231 f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2021.

RUÍZ, J. M. La axiología y su relación con la educación. **Cuestiones Pedagógicas**: Revista de Ciencias de la Educación, Seville, n. 12, p. 151-168, 1996.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, R. S.; SOUZA, J. T. O. Desenvolvimento profissional docente à luz dos conceitos do TPACK: reflexões sobre as falas dos professores a respeito da sua própria prática durante a pandemia da COVID-19. **Revista Thema**, Pelotas, v. 22, n. 2, p. 384-404, 2023.

SKOVSMOSE, O. **Meaning in Mathematics Education**. In: KILPATRICK, Jeremy; HOYLES, Celia; SKOVSMOSE, Ole (ed.). Meaning in Mathematics Education. New York: Springer, 2005. p. 83-100.

SKOVSMOSE, O. Significado em Educação Matemática: uma Questão Política. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, p. 36-46, 2016.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Apropriação Linguística e Significado em Atividades de Modelagem Matemática. Boletim de Educação Matemática. **Bolema**, v. 33, p. 1195-1214, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; GOTTSCHALK, C. M. C. Filosofia da linguagem e epistemologia do uso: reflexões para a sistematização de conteúdos em educação matemática. In: RIBEIRO, C. R. et al. (org.). **Pesquisas caleidoscópicas**: modos de ver e criar. São Paulo: FEUSP, 2023. p. 161-178.

SOUSA, B. N. P. A. Wittgenstein na Educação Matemática: dos usos da matemática à ampliação dos "modos de ver" o mundo. In: GOTTSCHALK, C. M. C.; SOUSA, B. N. P. A. (org.). **Diálogos com Wittgenstein na Educação**. São Paulo: FEUSP, 2025. p. 120-130.

VIEIRA PINTO, Á. **O conceito de tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução de Marcos G. Montagnoli. 2. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

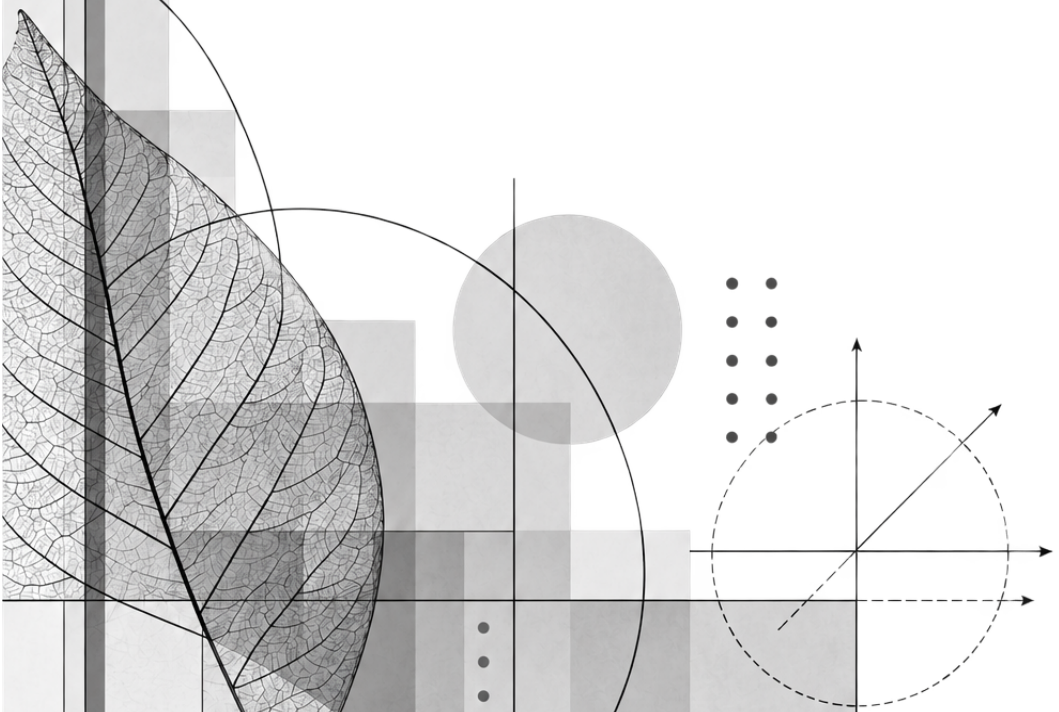
ZHAO, Y. **Philosophical Semiotics**: the coming into being of the world of meaning. Tradução de Xiaoli Fang e Xu Fang. Beijing: Foreign Language Teaching and Research Press, 2022.

CAPÍTULO

2

A SEMIOSE VALORATIVA: INTEGRANDO AS QUALIDADES AXIOLÓGICAS AOS EFEITOS INTERPRETANTES NA EDUCAÇÃO CIENTÍFICA

Daniel Trevisan Sanzovo
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
Lucken Bueno Lucas
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)



INTRODUÇÃO

A Educação Científica, em sua dimensão formativa, não se limita à transmissão de conteúdos ou à memorização de conceitos. Ela se constitui como um espaço de construção de significados, no qual os sujeitos aprendem a interpretar fenômenos, atribuir valores e elaborar compreensões que dialogam com a realidade. Nesse sentido, torna-se fundamental articular referenciais teóricos que permitam compreender como os significados emergem e se consolidam nos processos de ensino e de aprendizagem.

A proposta do presente capítulo é explorar a junção entre duas vertentes teóricas: as qualidades dos Valores da Axiologia de Risieri Frondizi e a Semiótica de Charles Sanders Peirce. Ambas oferecem aspectos conceituais potentes para pensar a Educação Científica como prática de significação.

Segundo Lucas (2025), Frondizi, ao discutir os valores e sua estrutura, apresenta a ideia de que as qualidades não existem isoladamente, mas se organizam em um sistema de componentes interligados (sendo eles os valores, os objetos ou situações valorados e sujeitos que valoram) em meio a um determinado contexto, no qual cada qualidade ganha sentido em relação às demais. Essa perspectiva abre espaço para compreender como os valores científicos – como, por exemplo, objetividade, rigor, clareza e verificabilidade – se articulam e se sustentam mutuamente na formação de significados.

Por sua vez, Peirce, ao desenvolver a Semiótica, fornece um modelo triádico para entender os processos de significação: signo, objeto e interpretante (Sanzovo, 2017). Essa estrutura permite analisar como os fenômenos naturais, quando mediados por signos, são interpretados e transformados em conhecimento cientifico.

A junção dessas duas perspectivas (elementos axiológicos e a dinâmica da semiótica de Peirce) oferece um quadro teórico inovador para pensar a construção de significados nos processos de ensino e de aprendizagem científica. Ela possibilita compreender como os valores se entrelaçam com os processos

de significação, formando uma rede de sentidos que sustenta a aprendizagem e a prática científica.

Este capítulo, portanto, buscará desenvolver essa articulação teórica, mostrando como a Educação Científica pode ser concebida como um processo de construção de significados orientado tanto por valores quanto por signos. A partir dessa integração, pretende-se evidenciar que aprender ciência não se limita a dominar e aplicar conteúdos, mas participar de um movimento de interpretação e valorização que dá forma ao conhecimento e à experiência humana diante do mundo natural.

BREVE INTRODUÇÃO AOS SIGNOS E SEMIÓTICA DE PEIRCE

A noção de signo é central em estudos semióticos, sendo tradicionalmente definida como algo que está no lugar de outra coisa para alguém sob certos aspectos (Coelho Neto, 1983; Eco 2003). Esta capacidade de representação e substituição permite que a comunicação ocorra sem a necessidade de manipular diretamente os próprios objetos físicos aos quais o discurso se refere (Santaella, 2012). Historicamente, a ciência dos signos foi fundada de forma independente por Ferdinand de Saussure, que a chamou de *Semiologia*, e por Charles Sanders Peirce, que utilizou o termo *Semiótica* (Sanzovo, 2017; Volli, 2007).

Na tradição saussuriana, o signo linguístico é uma entidade psíquica de duas faces inseparáveis, comparadas ao anverso e reverso de uma folha de papel: o significante (a imagem acústica ou forma material) e o significado (o conceito ou imagem mental) (Saussure, 2006). O laço que une essas duas faces é arbitrário, o que significa que não há uma relação natural ou necessária entre a sequência de sons e o conceito que ela representa. Por exemplo, a ideia "mar" não possui um vínculo intrínseco com a sonoridade da palavra "mar", podendo ser representada por outras combinações sonoras em diferentes línguas (Saussure, 2006).

Já o signo para Peirce é um processo triádico e genuíno que envolve a cooperação de três elementos: o *representamen* (o

signo em si), o objeto (aquilo que ele representa) e o interpretante (o efeito que o signo produz em uma mente ou sistema) (Peirce, 2005), correspondendo às categorias de Primeiridade, Secundidade e Terceiridade da fenomenologia de Peirce, respectivamente.

Com relação à classificação dos objetos, podemos exemplificar a diferenciação de Peirce entre os objetos por meio de uma imagem vista por uma janela: aquilo que ela mostra é seu **objeto dinâmico**, enquanto que o que é mostrado em seu enquadramento, isto é, devido aos limites físicos daquilo que exibe (em outras palavras, maneira como o objeto dinâmico aparece naquela porção específica), é o seu **objeto imediato** (Sanzovo, 2017), conforme ilustrado pela Figura 1.

Figura 1 - Imagem vista por uma janela



Fonte: elaborado pelos autores.

Por sua vez, antes de adentrarmos à classificação dos interpretantes peirceanos, convém uma breve introdução à sua

fenomenologia (também denominada de faneroscopia) que é o estudo dos elementos formais de tudo aquilo que aparece à mente (o *phaneron*) (Santaella, 2012). Peirce concluiu que todos os fenômenos podem ser compreendidos por meio de três categorias universais e irredutíveis: Primeiridade, Secundidade e Terceiridade (Peirce, 2005).

A Primeiridade de Peirce[1] é o modo de ser daquilo que é tal como é, positivamente e sem referência a qualquer outra coisa (Noth, 1990; Silveira, 2007; Short, 2007; CP 8.328[2]). É a categoria do fresco, novo, espontâneo e livre (Santaella, 2012). Representa a mera possibilidade qualitativa, a imediaticidade e o sentimento puro, antes de qualquer síntese ou diferenciação. É uma consciência passiva e não analisável (Peirce, 2005). A qualidade do vermelho (a "vermelhidão" antes de ser vista em um objeto específico, o sabor de um alimento, um tom musical isolado, ou um aroma de uma flor são exemplos da Primeiridade de Peirce.

A Secundidade de Peirce é o modo de ser daquilo que é em relação a um segundo, mas independentemente de qualquer terceiro (Noth, 1990; Silveira, 2007; Short, 2007; CP 8.328). É a categoria do "aqui e agora", da existência factual e bruta (Santaella, 2012). Envolve os conceitos de ação e reação, esforço e resistência, choque e conflito (Peirce, 2005,). É a consciência de algo "outro" que se impõe à nossa vontade, como um obstáculo ou um fato externo (Santaella, 2012). O ato de empurrar uma porta emperrada, o impacto de uma pedra que cai, o sobressalto causado por um apito repentino, ou a relação entre marido e mulher são exemplos da Secundidade de Peirce.

Já a Terceiridade de Peirce é o modo de ser que coloca um primeiro e um segundo em relação mútua (Noth, 1990; Silveira, 2007). É a categoria que corresponde "à camada de inteligibilidade, ou pensamento em signos, por meio da qual representa-

1 Iremos sempre incluir "de Peirce" às categorias universais peirceanas no presente texto para não as confundir com as qualidades de Frondizi.

2 Conforme convenção para estudos da obra de Peirce, CP indica os Collected Papers (os números indicam o volume, seguindo-se os parágrafos – ver referências para mais detalhes).

mos e interpretamos o mundo" (Santaella, 2012, p.78). As leis da natureza (como a gravidade), o significado de uma palavra; o processo de aprendizado, ou qualquer regra social que governa condutas futuras são exemplos da Terceiridade de Peirce.

Assim, com relação à classificação dos interpretantes, Peirce os classifica de duas formas principais (tricotomias), fundamentadas em suas categorias fenomenológicas (Santaella, 2005; Sanzovo, 2017): a primeira tricotomia, classificando-os em Imediato, Dinâmico e Final, baseia-se nos estágios de desenvolvimento da interpretação.

O Interpretante Imediato (Primeiridade de Peirce) se refere ao potencial interpretativo inerente ao próprio signo, antes mesmo de qualquer interpretação real. É a qualidade da impressão que o signo está apto a produzir, uma possibilidade de significação em abstrato. Por exemplo, u livro em uma prateleira possui interpretante imediato mesmo antes de ser lido.

Já o interpretante Dinâmico (Secundidade de Peirce) é o efeito real e efetivo produzido pelo signo na mente do intérprete em uma ocasião singular e específica. É o significado *in concreto*, correspondendo ao impacto volitivo ou psicológico que ocorre durante um processo comunicativo real (Santaella, 2004).

Por sua vez, o Interpretante Final (Terceiridade) representa o efeito semiótico pleno e a interpretação verdadeira à qual chegaria se o assunto fosse investigado de forma exaustiva e profunda. É uma fronteira ideal (e inatingível, para Peirce) e normativa para a qual todos os interpretantes dinâmicos tendem a caminhar ao longo do tempo.

Já a segunda tricotomia Peirce, surgida em manuscritos posteriores (como o MS 318[3]), foca na natureza do efeito produzido. Logo, situa-se numa subclassificação do Interpretante

3 Texto manuscrito de Peirce, escrito por volta de 1907, no qual ele tenta provar e explicar a sua versão do pragmatismo. O texto é famoso por apresentar a teoria dos três interpretantes e unificar a lógica com a semiótica (disponível em https://fromthepage.com/jeffdown1/c-s-peirce-manuscripts/ms-317-318-1907-pragmatism-notes-and-drafts, acesso em: 16 jul. 2026.

Dinâmico, que os classifica em Emocional, Energético e Lógico (Santaella 2004; 2005a; 2005b; Sanzovo 2017).

Assim, o Interpretante Dinâmico Emocional (ou simplesmente **Interpretante Emocional** no presente texto a partir de agora) é o primeiro efeito produzido, consistindo em uma qualidade de sentimento ou aparência. Pode ser o único efeito, como no caso de uma peça musical que provoca apenas uma sensação ou emoção inanalisável no ouvinte (Santaella, 1995; 2005b).

Por sua vez, o Interpretante Dinâmico Energético (ou simplesmente **Interpretante Energético** no presente texto a partir de agora) envolve algum dispêndio de energia, seja um esforço muscular (uma ação física) ou esforço mental (exercitar o mundo interior). Ocorre quando a interpretação exige uma reação ou atenção ativa do intérprete.

Por fim, o Interpretante Dinâmico Lógico (ou simplesmente **Interpretante Lógico** no presente texto a partir de agora) é o efeito mental mais elevado, associado ao pensamento geral ou hábito. Ele não é um ato singular, nas uma regra de interpretação ou uma mudança de tendência para a ação futura (mudança de hábito). Peirce descreve que ele pode evoluir de conjecturas para generalizações e abstrações.

A classificação dos interpretantes revela que o conhecimento é um processo contínuo. Nessa perspectiva, a atribuição de significados, em termos da semiótica peirceana, está intimamente atrelada aos efeitos interpretantes gerados frente ao signo. E como o interpretante de um signo é sempre um novo signo atualizado, segundo os referenciais considerados, ele próprio exige um novo interpretante, gerando uma **cadeia potencialmente infinita de interpretações** (semiose) (Sanzovo, 2017). Esse processo evolutivo significa que um intérprete individual nunca esgota todas as possibilidades interpretativas de um signo, pois a significação está sempre em progresso (Santaella, 2005a).

AXIOLOGIA E SUA APLICAÇÃO NO CAMPO PEDAGÓGICO

A Axiologia é uma área da Filosofia cujos estudos mais consolidados datam do final do século XIX, principalmente a partir de discussões no campo do Direito e da Economia, em face da necessidade do estabelecimento de critérios para valorar bens e negócios. Seus fundamentos partem do princípio de que é uma característica humana emitir constantemente juízos de valor sobre fatos, situações e objetos (Reale, 1991).

No passado, registros históricos revelam que o termo *axia*, substantivo do qual derivou a palavra Axiologia, foi utilizado em situações nas quais se pretendia estimar o preço das coisas, enquanto o adjetivo *axios* era aplicado para enaltecer qualidades humanas, como a coragem e a lealdade (Reale, 1991). Seja em sua dimensão substantiva ou adjetiva, o que se revelou ao longo do tempo foi o emprego do termo, que hoje dá nome a uma área de pesquisa, nas discussões sobre o processo de valoração.

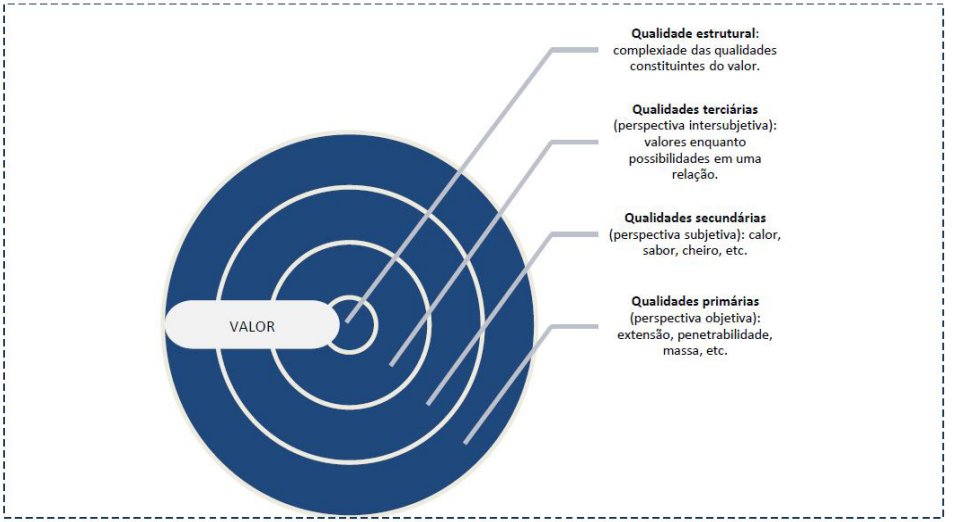
Os valores/desvalores, segundo o axiológico Risieri Frondizi (1977), não são coisas, mas elementos parasitários entendidos como qualidades virtuais ou possíveis, as quais dependem de entes depositários. Segundo tal compreensão, o valor cidadania, por exemplo, pode ser reconhecido em atividades de práticas educativas escolares ou ambientais.

Frondizi (1977) decompõe a estrutura dos valores em camadas axiológicas, denominadas por ele de *qualidades valorativas*. Três delas são conhecidas pela literatura axiológica, a saber: i) *qualidades primárias* – evidenciam aspectos das propriedades fundamentais e objetivas dos objetos, como massa, volume e densidade; ii) *qualidades secundárias* – concebidas em uma instância mais subjetiva, dizem respeito à percepção sensorial dos objetos, aquilo que pode ser alcançados pelos sentidos humanos, como o cheiro, o sabor e a cor; iii) *qualidades terciárias* – identificam os valores como qualidades virtuais ou possibilidades que só se efetivam se associadas a entes depositários em um dado contexto. Essa é a camada mais intersubjetiva do modelo sistematizado pelo autor. Há, ainda, uma quarta camada, mais profunda e com-

plexa, denominada de *qualidade estrutural* dos valores. Segundo ela, o juízo valorativo não se constitui da soma das três camadas anteriores, mas de sua síntese, o que produz a ideia de que o todo não se pode atingir (neste caso) a partir da soma das partes, pois sua integração gera algo novo, estrutural, original. Os juízos de valor, nesse sentido, são produto de interações objetivas, subjetivas e intersubjetivas, como que replicando o conhecido adágio *eu, o outro e o mundo*.

Lucas (2025), ao propor um Itinerário Relacional de Valorações (IRV) como proposta para a validação e Produtos Educacionais na Área de Ensino, representou as qualidades valorativas anteriormente destacadas, como visto na Figura 2.

Figura 2 - Explicitação das camadas de qualidade dos valores



Fonte: Lucas (2025, p. 11).

Um ponto de destaque das explicações de Frondizi (1977), investigado e corroborado no campo da formação professores por Lucas (2014; 2016), consiste no papel do contexto frente aos processos valorativos. Situações contextuais diversas podem

influenciar e até mesmo inverter as polaridades axiológicas identificadas e expressas em um sistema didático, como a sala de aula. Condições ambientais físicas (como o frio e calor), sociais (orientações políticas e religiosas), espaço-temporais (experiência com situações de fome) ou mesmo necessidades básicas à sobrevivência (alimentação e higiene) são exemplos de como o peso textual pode pressionar e alterar juízos valorativos. Degustar um vinho premiado, nesse sentido, pode ser agradável em uma situação da conquista de emprego ou diante do nascimento de um filho, ou desagradável frente à perda do cargo almejado ou pela perda de um ente querido.

O contexto, então, pode subverter fluxos axiológicos, pois os valores identificados são possibilidades confiadas virtualmente a entes depositários, cuja manifestação implica analisar a imersão dos elementos pertencentes à atividade valorativa (sujeito que valora, objeto/situação valorados e valores possíveis) em uma dada situação. Por isso é que sujeitos, com histórias e experiências de vida incomensuráveis, valoram/desvaloram diferentemente as mesmas situações ou objetos. Os valores, portanto, se dão em meio a relações:

> Além do sujeito e do objeto, há que se considerar a 'atividade' do sujeito, por meio da qual este se põe em relação com o objeto; no caso dos valores, tal atividade é a valoração. Um sujeito valorando um objeto valioso será, por conseguinte, o ponto de partida da análise. Uma vez realizada tal análise se poderá afirmar a existência de um valor com independência do sujeito que o valora – como querem os objetivistas – ou concluir, ao contrário, que não é mais que uma projeção do ato de valoração do sujeito, como sustentam os subjetivistas. Ou que o valor tem caráter relacional e requer a presença do sujeito e do objeto (Frondizi, 1977, p. 194).

É neste ponto que Lucas (2014) avançou nos estudos axiológicos no campo educacional, ao propor a Axiologia Relacional Pedagógica. Investigando aspectos da não neutralidade da formação de professores, o autor demonstrou haver uma relação direta entre os valores de um grupo de licenciandos com

os de seus formadores, além de evidenciar que os valores podem agir como indicadores da qualidade da formação recebida e justificar a constituição do repertório de saberes de docentes e discentes. Ensinar e aprender, segundo ele, é colocar-se em relação e toda relação, por ser não neutra, implica no trânsito de valores/desvalores.

A proposta de Lucas (2014) é aderente à ideia deste capítulo que objetiva estabelecer uma conciliação teórica entre a semiótica peirceana e os estudos axiológicos, sobretudo pensada para a sua aplicação em pesquisas da Área de Ensino. Isto se deve à noção estabelecida de que os valores possuem a capacidade de justificar/qualificar as ações humanas, ou seja, no ambiente didático-pedagógico é preciso reconhecer que decisões são tomadas constantemente. Optar por uma estratégia metodológica específica, selecionar um instrumento avaliativo, realizar esta ou aquela dinâmica de gestão de classe são escolhas realizadas pelos professores, imprimindo-lhes uma certa identidade profissional. Do mesmo modo os alunos, dentro de seu campo axiológico e em meio às suas relações contextuais, tomam a decisão de realizar ou não uma atividade, corresponder ou não a um trabalho colaborativo em equipe, entre outros.

Nessa seara de tomadas de decisões, com forte apelo axiológico, é que ratificamos a ideia geral deste estudo, reconhecendo que a construção de significamos, passível de intermediações sociais, apresenta uma dimensão valorativa, seja no âmbito das qualidades propostas por Frondizi (1977), seja pela condição de relação caracterizada por Lucas (2014) no sistema didático.

ARTICULAÇÃO ENTRE A SEMIÓTICA PEIRCEANA E A AXIOLOGIA

A união entre as qualidades valorativas de Frondizi e os efeitos interpretantes de Peirce permite uma compreensão profunda da construção de significados, especialmente no contexto educacional. Essa integração ocorre ao mapear as categorias axiológicas nas instâncias fenomenológicas e nos efeitos interpretantes de Peirce.

As **qualidades Secundárias de Frondizi** referem-se à percepção subjetiva sensorial, como o sabor, o cheiro ou o calor (Lucas, 2025). Na semiótica peirceana, essa instância corresponde à **Primeiridade de Peirce** e ao **Interpretante Emocional**, que é o primeiro efeito do signo: um "sentimento total" ou uma qualidade de sentimento inanalisável produzida imediatamente na mente (Sanzovo, 2017). É a impressão qualitativa inicial que o signo evoca antes de qualquer análise.

As **qualidades Primárias de Frondizi** são propriedades objetivas e fundamentais da existência, como massa, extensão e penetrabilidade (Lucas, 2025). Esse nível conecta-se à **Secundidade de Peirce** e ao **Interpretante Energético de Peirce**, que envolve um esforço físico ou mental e uma reação ao signo "aqui e agora" (Sanzovo, 2017). No processo de aprendizagem, essa fase manifesta-se quando o aprendiz interage com a materialidade do objeto ou realiza experimentos práticos, transformando a sensação inicial em uma ação concreta de investigação.

As **qualidades Terciárias de Frondizi** são virtuais e relacionais, possuindo sentido apenas dentro de um contexto ou relação intersubjetiva. Na semiótica, isso se traduz no **Interpretante Lógico** e na **Terceiridade de Peirce**, que representam a formação de um hábito de pensamento, o entendimento de um conceito geral ou uma regra de interpretação (Sanzovo, 2017). O significado deixa de ser uma reação isolada e passa a integrar uma rede de relações simbólicas e leis gerais (Lucas, 2025; Sanzovo, 2017).

Além disso, Frondizi defende a **qualidade estrutural do valor**, afirmando que o todo não é a mera soma das partes, mas uma estrutura complexa e original. Essa visão é homóloga à definição de Peirce de que o Signo é uma relação triádica completa entre *representamen*, objeto e interpretante. O significado pleno (ou a validação de um valor ou de sistemas de valores) não reside em um único componente, mas no processo dinâmico da semiose, onde cada interpretante pode se tornar um novo signo atualizado, gerando uma cadeia evolutiva de conhecimento.

A junção dessas teorias revela que a construção de significados científicos é um percurso valorativo. O aprendizado começa com a sensação (Qualidade Secundária/Interpretante Emocional), passa pela interação e esforço com a realidade (Qualidade Primária/Interpretante Energético) e culmina na consolidação de hábitos e conceitos (Qualidade Terciária/Interpretante Lógico). Assim, o significado científico pode ser entendido como o resultado de uma estrutura valorativa que aproxima a representação mental do aluno da realidade dinâmica do objeto estudado.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO NA ÁREA DE ENSINO DE CIÊCIAS

Exemplo 1 - Eclipse Lunar

No exemplo astronômico do fenômeno de ocorrência de um Eclipse Lunar fornecido em Sanzovo (2017), a união entre as qualidades valorativas e a semiótica fornece um arcabouço robusto para entender como um fenômeno natural deixa de ser apenas um evento visual e se torna um objeto de conhecimento carregado de significado e valor. No exemplo do eclipse lunar, esse encaixe ocorre por meio dos efeitos interpretantes produzidos na mente do observador.

Considere, então, o acontecimento de um Eclipse Lunar se iniciando e que um possível observador esteja olhando ao fenômeno em questão. Desde a essência desse signo ("Eclipse Lunar") já se percebe que não se trata de um simples acontecimento, mas de algo singular, dotado de propriedades e características que o distinguem de uma fase lunar típica comum. Isso porque, em curto período, a parte escura aumenta enquanto que a iluminada diminui – fenômeno que não ocorreria em uma "Lua normal". Na observação da Lua, percebe-se um indício claro – a expansão rápida da parte escura (seu **objeto imediato**) – que aponta para um contexto maior do qual ela participa: o Eclipse Lunar (seu **objeto dinâmico**). As características dessa visão, somadas aos sinais de que algo incomum está acontecendo, per-

mitem que o fenômeno seja interpretado e decodificado, sendo reconhecido como um evento astronômico distinto.

Se o observador jamais vivenciou este tipo de fenômeno, este contato com o eclipse ocorre em nível da **Primeiridade de Peirce**, no qual predominam as **qualidades secundárias de Frondizi** – aquelas ligadas à percepção subjetiva e sensorial, como a mudança na cor e na luminosidade da Lua. Essas qualidades despertam o **Interpretante Emocional**: este observador leigo, ao notar que a porção iluminada da Lua está diminuindo rapidamente (qualidade secundária), pode sentir um "sentimento total" de puro encantamento ("A Lua está sumindo"). Aqui, o valor é puramente emocional e imediato, uma qualidade de sentimento inanalisável que o signo produz na mente.

À medida que a observação prossegue, o sujeito foca nas **qualidades primárias de Frondizi**, que são as qualidades objetivas do fenômeno: a extensão da sombra, a massa aparente e a progressão temporal do escurecimento da Lua. Essa fase corresponde à **Secundidade de Peirce**, marcada pelo esforço e pela reação. Ocorre o **Interpretante Energético**, que envolve um esforço físico ou mental de reação ao signo: a observação das qualidades objetivas do eclipse desperta curiosidade. Isso impele o observador a uma busca ativa pela compreensão da ocorrência (um esforço mental). O observador deixa de ser apenas afetado pelo sentimento e passa a interagir com a materialidade do evento astronômico, tentando decodificar o que está acontecendo no "aqui e agora".

O significado pleno surge quando o fenômeno é inserido em uma rede de relações, caracterizando as **qualidades terciárias de Frondizi**. Estas são virtuais e relacionais, possuindo sentido apenas dentro de um contexto intersubjetivo ou teórico. Manifesta-se o **Interpretante Lógico**, que é a formação de um conceito ou regra de interpretação (hábito): guiado por um raciocínio lógico inicial (ainda que não científico), o leigo pode concluir que o eclipse é um "sinal dos deuses" ou que a Lua está sendo "engolida por um dragão". Para um observador especialista (astrônomo, por exemplo), o interpretante lógico vem "cedo demais" devido a sua **experiência colateral**. Ele já pos-

sui o hábito (**Terceiridad**e de Peirce) de decodificar o evento não como meras formas, mas como representação de leis físicas (a Sombra da Terra projetada na Lua). O significado aqui é uma lei de representação estável.

Com relação à **qualidade estrutural de Frondizi**: o autor defende que o valor é uma qualidade estrutural no qual o todo (o eclipse como evento significativo) é superior à mera soma das partes (Lua + sombra + medo). Na semiótica peirceana, isso se reflete na transição do objeto imediato para o objeto dinâmico. O eclipse, enquanto signo, é uma estrutura que une o *representamen* (a visão da Lua), o objeto (o evento astronômico real) e o interpretante (a compreensão gerada). A construção do significado científico ocorre quando o observador consegue aproximar o objeto imediato (os vestígios de que a Lua escureceu em curto período temporal) do objeto dinâmico (a realidade astronômica delimitada pelas ciências), conforme ilustrado pela Figura 3. A validade desse conhecimento é atingida quando a interpretação se torna um hábito lógico exaustivo e final.

Figura 3 - Semiose Valorativa aplicada ao exemplo do Eclipse Lunar



Qualidade (Frondizi)	Categoria (Peirce)	Exemplo no Eclipse
Secundária (Subjetiva)	Primeiridade / Emocional	O impacto visual e o sentimento de medo ou beleza.
Primária (Objetiva)	Secundidade / Energético	A medição física da sombra e o esforço de investigação.
Terciária (Valorativa)	Terceiridade / Lógico	O entendimento do fenômeno como uma "lei" astronômica.

Fonte: elaborado pelos autores.

Assim, o eclipse exemplifica como o conhecimento científico não é apenas uma "leitura de fatos", mas um percurso valorativo que começa na sensação (**qualidade secundária de Frondizi**), passa pelo esforço investigativo (**qualidade primária de Frondizi**) e culmina na consolidação de um hábito mental estruturado e contextos teóricos (**qualidade terciária/ estrutural de Frondizi**).

Exemplo 2 - A condução da água nos vegetais para o processo fotossintético

A fotossíntese é o mecanismo por meio do qual os vegetais realizam a conversão da energia luminosa em energia química. Sob a condição de radiação luminosa, eles são capazes de transformar água (H_2O) e gás carbônico (CO_2) em um composto orgânico altamente energético, a glicose ($C_6H_{12}O_6$), liberando água. A fórmula básica desse processo é $6CO_2 + 12H_2O$ + Luz $\rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2 + 6H_2O$.

Tal processo, organizado em uma cadência de reações complexas, se desenvolve fundamentalmente em fotossistemas presentes nas folhas, em complexos de proteínas e pigmentos (clorofila) no interior de organelas denominadas cloroplastos.

Trata-se de um conteúdo interdisciplinar e complexo que demanda dos estudantes conhecimentos físico-químico-biológicos fundamentais para sua compreensão. Neste exemplo, entretanto, não será analisada a fotossíntese em sua totalidade, mas um dos processos que a tornam possível: o transporte da água das raízes até as folhas, que será, agora, o nosso signo. Em aulas de Ciências e Biologia, na Educação Básica, é comum perguntar aos estudantes de onde vem a água utilizada no processo fotossintético. As respostas iniciais são muitas vezes corretas "vem do solo", "vem do chão". Todavia, ao aprofundar os questionamentos sobre o tema percebem-se dificuldades explicativas: como os vegetais são capazes de transportar a água das raízes até as folhas, contra a força da gravidade? (há árvores com dezenas de metros de altura).

É justamente nesse momento que o fenômeno observado passa a constituir um signo, desencadeando o processo de semiose. Ao observarem que as folhas permanecem verdes, hidratadas e aptas à realização da fotossíntese, os estudantes dispõem apenas das evidências diretamente perceptíveis do fenômeno, que constituem seu **objeto imediato**. Entretanto, tais evidências mostram-se insuficientes para explicar o processo fisiológico efetivamente responsável pela condução da água, ou seja, o **objeto dinâmico**. É essa tensão entre aquilo que é inicialmente percebido e aquilo que necessita ser explicado que impulsiona a construção dos interpretantes e confere valor epistemológico a processo investigativo proposto pelo professor.

São diversos os mecanismos que agem de modo combinado para que a água seja carreada contra a força da gravidade até os fotossistemas: i) a absorção radicular: por pressão osmótica, a água é absorvida do solo, uma vez que o interior das células radiculares é mais concentrado em solutos (meio hipertônico) se comparado com a água presente no solo (meio hipotônico). A osmose, como um processo natural, faz com que a água flua da região menos concentrada (solo) até a mais concentrada (tecidos radiculares); ii) a transpiração: a água evaporada naturalmente das folhas promove uma pressão negativa (força de sucção) na parte superior dos vegetais, puxando a coluna de água que está nos vasos transportadores (vasos xilemáticos) para cima, continuamente; iii) a coesão-tensão: as moléculas de água são interligadas por pontes de hidrogênio, mantendo-as unidas umas às aulas, constituindo uma microcoluna coesa de água dentro dos vasos xilemáticos. As moléculas de água também se atraem pelas paredes internas desses vasos (extremamente finos). Com a tensão gerada pela transpiração, essas microcolunas de água, aderentes às paredes xilemáticas, são puxadas para cima, até as folhas; iv) a capilaridade: fenômeno natural que faz a água subir espontaneamente por pequenos tubos. Nas plantas, isso se explica em face da adesão e da coesão explicitadas nos mecanismos anteriores e o estreito calibre dos tubos xilemáticos.

Se o estudante jamais refletiu sobre esse fenômeno, seu primeiro contato com o transporte de água nos vegetais ocor-

re em nível da **Primeiridade de Peirce**, no qual predominam as **qualidades secundárias** propostas por Frondizi (1977), ou seja, à sua percepção sensorial, insuficiente para compreensão ampliada do fenômeno. Ao observar uma árvore de grande porte, ele pode perceber apenas que suas folhas permanecem verdes e hidratadas, apesar da altura da planta e da ação da gravidade. Essas características observáveis constituem o **objeto imediato**, isto é, a forma pela qual o fenômeno lhe é apresentado. Tal percepção pode despertar o **Interpretante Emocional**: diante da aparente impossibilidade de a água atingir as folhas localizadas a dezenas de metros do solo, o estudante experimenta sentimentos de surpresa, curiosidade ou estranhamento, formulando questionamentos como: "*Como a água consegue chegar até lá?*". Nesse momento, o valor atribuído ao fenômeno é predominantemente emocional e imediato, constituindo uma qualidade de sentimento produzida pelo signo antes de qualquer análise mais aprofundada, conforme se observa na Figura 4.

Conforme o professor avança com a explicitação dos mecanismos fisiológicos envolvidos, o estudante percebe as **qualidades primárias** de Frondizi, correspondentes às propriedades objetivas do fenômeno: a absorção radicular por osmose, a conexão entre as moléculas de água, o calibre dos vasos xilemáticos, a transpiração foliar, entre outros, o que corresponde à **Secundidade de Peirce**, marcada pelo esforço cognitivo e pela reação frente às explicações. Manifesta-se, então, o **Interpretante Energético**, pois o estudante emprega esforço físico ou mental em face de sua reação ao signo: o conhecimento das qualidades objetivas da fisiologia vegetal que vai despertando a sua curiosidade. Isso, de certo modo, favorece a busca ativa pela compreensão do fenômeno sob estudo, deixando o estudante de ser apenas afetado pela ocorrência e passando a interagir ativamente com a tangibilidade (mental) do evento, em um movimento de tentativa para decodificar o que está acontecendo no "aqui e agora".

Figura 4 - Semiose Valorativa aplicada ao exemplo do deslocamento do transporte da água nos vegetais para a realização da fotossíntese

O Encaixe das Qualidades (Teoria)

Qualidades Secundárias e a Primeiridade

Referem-se ao sensível e qualitativo, alinhando-se ao Interpretante Emocional e à percepção sensorial.

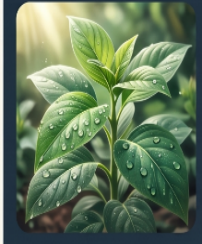
Qualidades Primárias e a Secundidade

Focam em propriedades objetivas e fatos físicos, ligando-se ao esforço investigativo e interpretante Energético.

Qualidades Terciárias e a Terceiridade

São valores que dependem de contexto teórico, equivalendo ao Interpretante Lógico e leis científicas.

Aplicação Prática: O Transporte da Água



O Signo e a Sensação (Primeiridade)

A observação de folhas verdes e hidratadas gera curiosidade e o sentimento: "Como a água chega lá?".

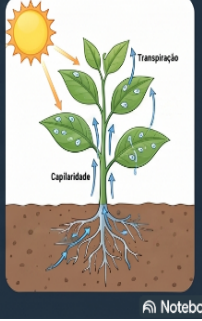


O Objeto e o Esforço (Secundidade)

O estudo da osmose, transpiração e vasos xilemáticos exige esforço cognitivo e busca ativa pela causa.

O Significado e o Hábito (Terceiridade)

O estudante aplica leis da fisiologia vegetal para compreender o fenômeno como um processo natural estável.



Resumo comparativo da transição entre a percepção subjetiva e o conhecimento científico.

Qualidade (Frondizi)	Categoria (Peirce)	Exemplo no Transporte de Água
Secundária (Subjetiva)	Primeiridade / Emocional	O impacto visual das folhas hidratadas e a curiosidade inicial.
Primária (Objetiva)	Secundidade / Energético	O estudo físico da pressão osmótica e o esforço de investigação.
Terciária (Valorativa)	Terceiridade / Lógico	O entendimento do fenômeno como uma "lei" da fisiologia vegetal.

NotebookLM

Fonte: elaborado pelos autores.

O significado mais elaborado para o processo da subida da água até as folhas (até os fotossistemas) emerge quando uma rede de relações é inserida nesse processo cognitivo, caracterizando as **qualidades terciárias** de Frondizi. São relações (virtuais e relacionais) que apresentam sentido apenas dentro de um contexto intersubjetivo ou teórico. Manifesta-se, então, o **Interpretante Lógico**, que é a formação de um conceito ou regra de interpretação (hábito): guiado por um raciocínio lógico inicial (ainda que não científico), o leigo pode concluir que a água utilizada na fotossíntese advém diretamente das chuvas sobre a superfície foliar ou que a planta simplesmente "suga" a água do solo, sem que se esforce para explicar por meio de quais mecanismos. Para um observador especialista (biólogo), o interpretante lógico vem "cedo demais" devido a sua **experiência colateral**. Ele já possui o hábito (**Terceiridad**e de Peirce) de decodificar o evento não como meras formas, mas como representação de hipóteses, teorias e leis naturais (absorção radicular, transpiração, coesão-tensão, capilaridade). O significado aqui é uma lei de representação estável.

No que diz respeito à **qualidade estrutural** de Frondizi: como explicado anteriormente, os valores possuem uma quarta qualidade estrutural, segundo a qual a soma das partes não representa o todo, mas um novo todo: a fotossíntese não se reduz aos processos fisiológicos (e outros necessários não considerados neste texto) apresentados no exemplo. Pela semiótica peirceana, essa compreensão manifesta-se na passagem do **objeto imediato** para o **objeto dinâmico**. O transporte da água nos vegetais, tomado como signo, é uma estrutura que une o *representamen* (a observação das folhas verdes e hidratadas), o objeto (o processo fisiológico real responsável pela condução da água até os tecidos fotossintéticos) e o interpretante (a compreensão construída pelo estudante). A construção do significado científico (na dimensão escolar) ocorre, portanto, quando o observador (estudante) consegue aproximar o **objeto imediato** (os vestígios de que a folha está hidratada) do **objeto dinâmico** (o conjunto de mecanismos fisiológicos efetivamente responsáveis pelo transporte da água descrita pelas ciências), conforme ilustrado na Figura 4. A validade desse conhecimento, como resultado,

é atingida quando a interpretação se torna um hábito lógico exaustivo e final.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As reflexões teóricas apresentadas neste capítulo objetivaram empreender uma conciliação teórica, no âmbito da Educação Científica, entre a Semiótica Peirceana e os pressupostos Axiológicos de Rizieri Frondizi, a fim de caracterizar como a construção de significados é permeada por signos e valores em meio a um processo relacional e contextual.

A partir da apresentação das bases teóricas envolvidas, sobretudo no que diz respeito ao modelo triádico de Peirce (2005) para entender os processos de significação: signo, objeto e interpretante, bem como às três categorias universais e irredutíveis (Primeiridade, Secundidade e Terceiridade) e as camadas de qualidades estruturais dos valores de Frondizi (1977), o processo de construção de significados pode ser concebido em meio a fluxos axiológicos, uma vez que, como relatado, a aprendizagem pode apresentar uma instância inicial subjetiva/sensorial (Qualidade Secundária/Interpretante Emocional), passando pela postura ativa, como que se esforçando frente à compreensão da realidade dos fenômenos naturais (Qualidade Primária/Interpretante Energético) e alcançando a consolidação de hábitos e conceitos (Qualidade Terciária/Interpretante Lógico), isto porque a soma das partes (significação) não representa, ao menos axiologicamente, a simples junção de segmentos, mas é geradora de novidade/originalidade (Qualidade Estrutural) decorrente da transição do Objeto imediato para o Objeto dinâmico. A validade de todo esse itinerário de significação do conhecimento é alcançada, portanto, quando as interpretações se convertem em hábitos lógicos exaustivos e finais.

Os exemplos apresentados (Eclipse Lunar e Transporte da Água nos Vegetais para a Fotossíntese) mostraram que o significado pode ser entendido como o produto de uma estrutura valorativa que aproxima as representações mentais dos estudantes da realidade dinâmica dos objetos/fenômenos estudados.

Tal compreensão é particularmente relevante não apenas para o campo da Educação Científica escolar, mas para o processo de formação de professores, pois, conforme sustentado por Lucas (2025), os processos de ensino e de aprendizagem não são neutros, uma vez que demandam, necessariamente, tomadas de decisões, interações, relações e contexto. Assim, professores que conheçam a articulação teórica proposta neste estudo poderão utilizá-la em seus planejamentos pedagógicos, podendo guiar o percurso de progressão das categorias universais e irredutíveis peirceanas (de seus estudantes) por meio de atividades permeadas por valores, no contexto educacional.

Assim, este estudo se apresenta como um avanço para a compreensão da construção do significado no campo das Ciências Naturais, com possibilidades viáveis de aplicação em programas de formação de professores voltados à promoção da Educação Científica.

REFERÊNCIAS

COELHO NETTO, J. T. **Semiótica, informação e comunicação**. São Paulo: Perspectiva, 1983.

FRONDIZI, R. **¿Qué son los valores?** México: Fondo de Cultura Económica, 1977.

LUCAS, L. B. **Axiologia relacional pedagógica e a formação inicial de professores de Biologia**. 2014. 285 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014. Disponível em: https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2021/08/LUCAS-Lucken-Bueno-1.pdf. Acesso em: 16 jul. 2026.

LUCAS, L. B.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S. de M. A não neutralidade axiológica do processo de formação inicial de professores de Biologia. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, [S. *l.*], v. 16, p. 499-520, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4475. Acesso em: 16 jul. 2026.

LUCAS, L. B. A validação de produtos e processos educacionais na Área de Ensino: contribuições da Axiologia e da Avaliação Educacional para a proposição de um Itinerário Relacional de Valorações. **Educitec-Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 11, n. jan./dez, p. e256925, 2025. Acesso em: 16 jul. 2026.

PEIRCE, C. S. **Collected Papers**. C. Hartshorne e P. Weiss. eds. (v.1-6) e A. W. Burks. ed. (v.7-8). Cambridge, MA: Harvard University Press. (Aqui referido como CP; os números das citações referem-se respectivamente aos volumes e aos parágrafos), 1931-58.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

REALE, M. Invariantes axiológicas. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 5, n. 13, p. 131-144, 1991. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ea/a/X5NwJGWbnZQxCMWFKs3V5ZB/. Acesso em: 16 jul. 2026.

SANTAELLA, L. T**eoria geral dos signos** - Semiose e autogeração. São Paulo: Ática, 1995.

SANTAELLA, L. **Teoria Geral dos Signos**: Como as linguagens significam as coisas. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

SANTAELLA, L. **Matrizes da Linguagem e Pensamento**. São Paulo: Iluminuras, 2005a.

SANTAELLA, L. **Semiótica Aplicada**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005b.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2012.

SAUSSURE, F. **Curso de Linguística Geral**. 27ª ed. São Paulo: Cultrix, 2006.

SANZOVO, D. T. **Níveis Interpretantes alcançados por estudantes de licenciatura em ciências biológicas acerca das Estações do Ano por meio da utilização da estratégia de Diversidade Representacional**: uma Leitura Peirceana para sala de aula. 2017. 192 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

SILVEIRA, F. B. **Curso de Semiótica Geral**. São Paulo: Quartier Latin, 2007.

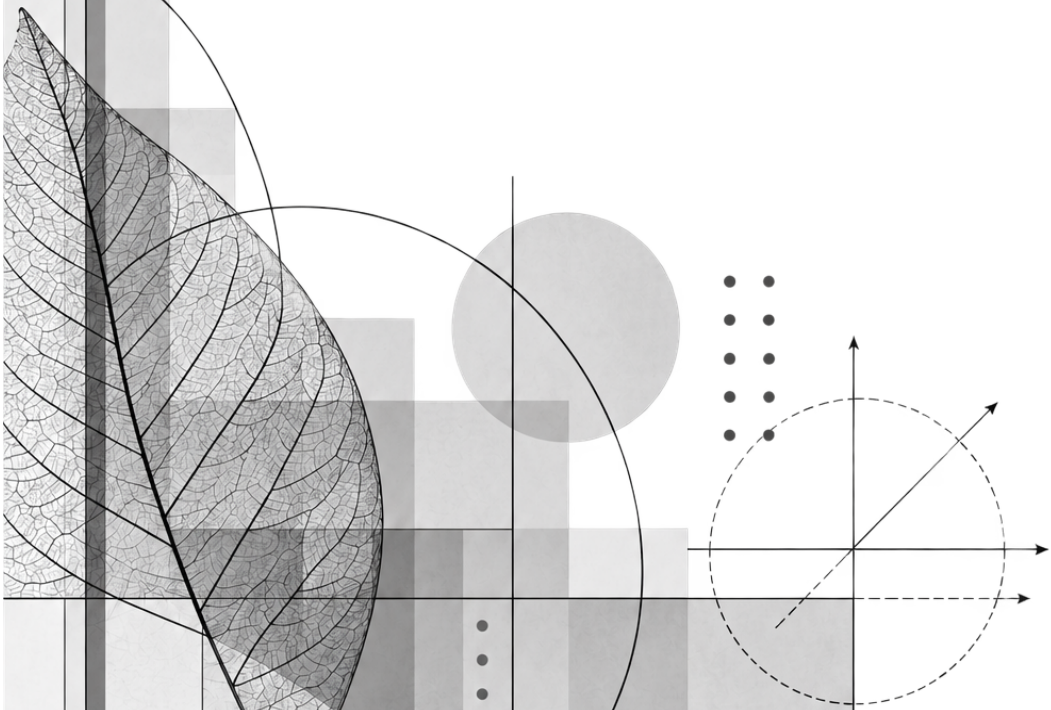
VOLLI, U. **Manual de Semiótica**. São Paulo: Edições Loyola, 2007.

CAPÍTULO

3

COMPREENSÃO PROCESSUAL DA CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

THIAGO FERNANDO MENDES
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)



INTRODUÇÃO

Diferentemente de abordagens centradas na aplicação de procedimentos previamente estabelecidos, a modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica, envolve processos de investigação, levantamento de hipóteses, seleção de variáveis, construção de modelos, interpretação de resultados e validação das soluções encontradas, aproximando a atividade matemática de práticas características da construção de conhecimento em diferentes contextos (Almeida; Brito, 2005; Kaiser; Sriraman, 2006; Blum; Ferri, 2009; Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Essa característica investigativa tem levado pesquisadores, como Blum (2015) e Stillman, Brown e Galbraith (2016), a defenderem que atividades desta natureza constituem ambientes favoráveis à aprendizagem matemática pela mobilização de diferentes conteúdos, mas também pela possibilidade de construção de significados relativos às situações, fenômenos e objetos matemáticos envolvidos na resolução dos problemas.

Embora a relação entre modelagem matemática e construção de significado esteja presente em parte da literatura da Educação Matemática, observa-se que essa discussão tem privilegiado, predominantemente, os resultados produzidos ao final das atividades, tais como os modelos elaborados, as soluções obtidas ou os conhecimentos matemáticos mobilizados pelos estudantes. Comparativamente, ainda são menos frequentes estudos que procuram compreender a dinâmica pela qual os significados se transformam ao longo do desenvolvimento da atividade, evidenciando como interpretações inicialmente estabilizadas são questionadas, reorganizadas e ressignificadas diante das exigências impostas pelo próprio processo de modelagem. Em outras palavras, sabe-se que a modelagem favorece a construção de significado, entretanto, permanece aberta a discussão acerca de "como" esse significado se constitui e se modifica durante o percurso investigativo.

Tal lacuna torna-se particularmente relevante quando é considerada a dinamicidade da modelagem matemática. Conforme discutem Almeida, Silva e Vertuan (2012), o desenvol-

vimento de uma atividade de modelagem envolve constantes idas e vindas entre o fenômeno investigado e as representações matemáticas construídas, exigindo reformulações de hipóteses, redefinições de estratégias, reinterpretação de resultados e sucessivas validações. Assim, as transformações observadas durante a atividade alcançam também os próprios significados construídos pelos estudantes.

Essa compreensão aproxima-se da perspectiva semiótica de Charles Sanders Peirce, para quem o significado não constitui uma propriedade fixa dos signos, mas resulta de um processo contínuo de uso e produção de interpretantes. Na teoria peirceana, todo signo produz um interpretante que, por sua vez, torna-se novo signo em uma cadeia potencialmente ilimitada de interpretações, denominada semiose (Peirce, CP 5.484[1]; Santaella, 2012). Assim, compreender não significa alcançar uma interpretação definitiva, mas participar de um movimento permanente de reorganização interpretativa, no qual significados anteriormente estabilizados podem ser modificados à medida que novas experiências e novos signos são incorporados ao processo interpretativo.

Com isso, considerando sua dinâmica investigativa que produz condições para que interpretações previamente consolidadas sejam constantemente confrontadas pelas demandas do problema, conduzindo os estudantes à reformulação de hipóteses, à ampliação de seus modos de representar o fenômeno e à ressignificação dos próprios conhecimentos matemáticos mobilizados, a modelagem matemática apresenta características que possibilitam a investigação da construção de significado.

Neste contexto, no presente capítulo considera-se que a construção de significado em atividades de modelagem matemática deve ser compreendida como um processo contínuo de reorganização interpretativa, e não como um evento pontual associado à obtenção de uma solução ou de um modelo mate-

1 PEIRCE, C. S.; HARTSHORNE, C.; WEISS, P.; BURKS, A. **The Collected Papers of Charles Sanders Peirce**. InteLex Corporation, 1994. (Aqui referido como CP; os números das citações referem-se aos volumes e parágrafos, respectivamente).

mático. Em particular, argumenta-se que o movimento do significado pode ser observado nas transformações sucessivas que ocorrem na compreensão dos próprios objetos matemáticos mobilizados durante a investigação. Isto posto, o presente texto objetiva discutir como o significado é construído e reorganizado ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, destacando os movimentos interpretativos produzidos pelos estudantes diante da mobilização de um objeto matemático previamente conhecido.

Metodologicamente este estudo se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, de natureza interpretativa (Bogdan; Biklen, 1994; Gil, 2025), desenvolvid a partir da análise do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática realizada por alunos do quinto semestre de um curso de graduação em Farmácia, na disciplina de Cálculo Farmacêutico, cujo problema consistiu na definição da composição ótima de uma solução hidroalcoólica destinada ao uso laboratorial.

A CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO NA MODELAGEM MATEMÁTICA

Embora existam diferentes concepções de modelagem matemática na literatura, há relativa convergência quanto ao fato de que ela constitui um processo investigativo em que os estudantes são convidados a compreender uma situação, selecionar informações relevantes, elaborar representações matemáticas, produzir soluções, interpretá-las à luz do contexto e avaliar sua adequação ao fenômeno estudado (Blum; Ferri, 2009; Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Almeida, 2018). Nesse sentido, o desenvolvimento de uma atividade desta natureza não corresponde à simples resolução de um problema, mas à construção progressiva de relações entre o contexto investigado e diferentes objetos matemáticos mobilizados durante a investigação.

No contexto brasileiro, Almeida, Silva e Vertuan (2012) descrevem esse processo por meio de cinco fases interdependentes: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. A inteiração corresponde ao momento

em que os estudantes procuram compreender a situação investigada, identificando elementos considerados relevantes para a investigação. A matematização envolve a elaboração de representações matemáticas capazes de descrever ou explicar o fenômeno analisado. Na resolução, essas representações são exploradas para produzir resultados, que, posteriormente, são interpretados em relação ao contexto de origem e submetidos a um processo de validação, no qual se analisa sua coerência, suas limitações e sua adequação ao problema investigado (Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Entretanto, compreender essas fases apenas como uma sequência operacional pode ocultar um aspecto fundamental do processo de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Em cada uma delas, os estudantes reinterpretam continuamente tanto a situação investigada quanto os objetos matemáticos mobilizados para representá-la. A inteiração não consiste apenas na leitura do problema, mas envolve a produção das primeiras interpretações acerca da situação e a mobilização de conhecimentos anteriormente construídos.

A matematização exige selecionar quais relações serão representadas matematicamente, implicando novas formas de compreender o fenômeno. A resolução, por sua vez, produz novos signos matemáticos, como equações, funções, gráficos, tabelas ou modelos, que passam a orientar interpretações subsequentes. Finalmente, a interpretação e a validação confrontam essas representações com o contexto investigado, podendo confirmar, ampliar ou modificar os significados anteriormente produzidos.

Neste contexto, o movimento entre as diferentes fases da modelagem não representa apenas o avanço de uma investigação matemática, mas também um movimento de transformação dos significados produzidos pelos estudantes. Conhecimentos anteriormente estabilizados podem revelar-se insuficientes diante das características da situação investigada, desencadeando processos de dúvida, reorganização interpretativa e construção de novas representações. Assim, a aprendizagem possibilitada pela modelagem matemática não decorre exclusivamente da in-

corporação de novos conteúdos matemáticos, mas também da possibilidade de reinterpretar conhecimentos já existentes em contextos que exigem formas mais elaboradas de representação e de argumentação.

Essa compreensão encontra respaldo em diferentes estudos que destacam o potencial da modelagem matemática para favorecer processos de construção de significado. Para Blum e Ferri (2009), o desenvolvimento de modelos matemáticos exige que os estudantes transitem continuamente entre o contexto e a matemática, reinterpretando ambos ao longo da investigação. Almeida, Silva e Vertuan (2012) também enfatizam que a elaboração de modelos envolve sucessivos movimentos de compreensão, representação, análise e validação, nos quais as decisões tomadas pelos estudantes desempenham papel central. Em perspectiva semelhante, Kaiser e Sriraman (2006) defendem que a modelagem promove formas particulares de pensamento matemático justamente porque exige a articulação permanente entre conhecimentos matemáticos e situações do mundo extraescolar.

Embora esses estudos evidenciem que a modelagem favorece a construção de significado, ainda são relativamente escassas as pesquisas que procuram compreender como esse significado se reorganiza ao longo do desenvolvimento da atividade. Frequentemente, a construção de significado é tratada como um resultado esperado da modelagem, mas os mecanismos interpretativos que produzem esse resultado permanecem pouco explorados. É precisamente nessa lacuna que se insere o presente capítulo, tomando a semiótica peirceana como lente interpretativa desses movimentos interpretativos para a construção de significado.

A CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADO NA PERSPECTIVA SEMIÓTICA

A discussão acerca da construção de significado ocupa posição central em diferentes correntes teóricas da Educação Matemática. Entretanto, mais do que compreender o significado como uma propriedade inerente aos objetos matemáticos ou como um atributo individual do sujeito, interessa-nos concebê-lo como um processo que se constitui nas relações estabelecidas entre os sujeitos, os signos e os contextos nos quais esses signos são mobilizados.

Para Peirce (2020) toda forma de pensamento ocorre por meio de signos, uma vez que um signo é aquilo que representa alguma coisa para alguém sob determinado aspecto, estabelecendo uma relação triádica entre o signo, o objeto ao qual ele se refere e o interpretante, entendido não como o sujeito que interpreta, mas como o efeito de significado produzido nessa relação (Peirce, CP 2.228). Dessa forma, o significado emerge do processo interpretativo desencadeado quando um signo passa a representar um objeto para um intérprete.

Essa concepção afasta-se de perspectivas que compreendem o significado como algo fixo ou previamente estabelecido. Na semiótica peirceana, cada interpretante produzido pode, por sua vez, tornar-se um novo signo, dando origem a novas interpretações em um processo contínuo denominado semiose (Peirce, CP 5.484). O significado, portanto, não constitui um estado final a ser alcançado, mas um movimento permanente de produção, transformação e reorganização de interpretações (Santaella, 2012; Mendes, 2023).

Para Peirce, a interpretação está intimamente relacionada aos hábitos, entendidos como disposições relativamente estáveis que orientam a maneira como os sujeitos interpretam e agem diante das situações que enfrentam (Peirce, CP 5.480). Os hábitos resultam de experiências anteriores e permitem que determinados signos sejam imediatamente associados a formas específicas de ação. Segundo Costa e Silva (2011), quando um sujeito reconhece uma situação como semelhante a outras já vi-

venciadas, tende a mobilizar interpretações que, em momentos anteriores, mostraram-se satisfatórias para resolver problemas de natureza semelhante.

Essa compreensão aproxima-se da noção de crença, também desenvolvida por Peirce. Segundo o autor, a crença caracteriza um estado de relativa estabilidade interpretativa, no qual o sujeito dispõe de um hábito suficientemente consolidado para orientar sua ação. A crença, nesse sentido, não corresponde apenas a uma convicção intelectual, mas a uma disposição para agir de determinada maneira diante de certos signos (Peirce, CP 5.397). Enquanto essa interpretação permanece eficaz, não há razão para modificá-la.

Contudo, quando a experiência revela que um hábito já não responde satisfatoriamente às exigências da situação, instaura-se aquilo que Peirce denomina dúvida genuína. Diferentemente de uma dúvida meramente retórica ou metodológica, a dúvida genuína emerge quando uma crença deixa de orientar adequadamente a ação, produzindo um estado de instabilidade que impulsiona a busca por novas interpretações (Peirce, CP 5.376). A dúvida desempenha, assim, papel fundamental na construção do significado, pois rompe a estabilidade interpretativa anteriormente alcançada e desencadeia novos processos de semiose.

Neste contexto, a aprendizagem pode ser compreendida como um movimento contínuo de reorganização de interpretantes, em que conhecimentos previamente estabilizados não são simplesmente substituídos por novos conhecimentos, mas reinterpretados, ampliados ou reorganizados à medida que novas experiências exigem outras formas de compreender e representar os fenômenos. A construção de significado corresponde, portanto, a um processo de transformação das relações estabelecidas entre signos, objetos e interpretantes, permitindo que conhecimentos anteriormente consolidados assumam novos significados em contextos distintos (Costa; Silva, 2011).

É importante destacar que, neste capítulo, a semiótica peirceana não é utilizada para realizar uma análise formal dos

signos matemáticos, mas como uma lente interpretativa para compreender os movimentos de construção de significado produzidos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Em particular, busca-se observar os momentos em que interpretações previamente estabilizadas são colocadas em tensão pelas exigências da situação investigada, desencadeando processos de dúvida, reorganização e produção de novos interpretantes. É precisamente nessa dinâmica que se situa o movimento do significado analisado nas seções seguintes.

O MOVIMENTO DO SIGNIFICADO NO DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Com o objetivo de discutir a construção de significado como um processo contínuo de reorganização interpretativa, é apresentada a análise do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no contexto da formação inicial de estudantes do curso de Farmácia de uma universidade localizada no norte do estado do Paraná.

A atividade foi planejada para uma disciplina de Cálculo Farmacêutico e integrou um conjunto de práticas pedagógicas que buscavam aproximar conceitos matemáticos de situações profissionais autênticas vivenciadas pelo farmacêutico. Participaram da atividade doze estudantes, organizados em três grupos de quatro integrantes. Os grupos desenvolveram a investigação durante dois encontros consecutivos de duas horas-aula cada, sendo todas as discussões registradas em áudio e complementadas pelos registros escritos produzidos pelos estudantes ao longo da atividade. Para as finalidades deste capítulo, foram selecionados episódios considerados particularmente representativos do processo de construção de significado observado durante o desenvolvimento da investigação do primeiro grupo (G1), composto por quatro estudantes, aqui mencionados como E-1, E-2, E-3 e E-4, a fim de salvaguardar a identidade dos participantes. A situação inicialmente apresentada aos grupos foi descrita conforme consta no Quadro 1.

Quadro 1 - Enunciado da atividade de modelagem matemática desenvolvida pelos estudantes

GESTÃO DE ESTOQUE E PRODUÇÃO DE SOLUÇÃO HIDROALCOÓLICA

Durante o Estágio Supervisionado na Farmácia Universitária, os estudantes são informados de que será necessário preparar uma grande quantidade de solução alcoólica destinada à higienização de laboratórios de ensino e pesquisa. Durante o período de 2020 a 2023, por conta da pandemia de COVID-19, o consumo de álcool 70% foi extremamente elevado e praticamente todo o estoque dessa concentração foi utilizado. Com o retorno das atividades presenciais, verificou-se que permaneceram armazenados diferentes lotes de álcool etílico em outras concentrações, adquiridos em momentos distintos para atender às necessidades emergenciais da época. Atualmente, a Farmácia dispõe de:

- álcool etílico 96° GL, adquirido para reposição do estoque;
- álcool etílico 46° GL pertencente a um lote que se aproxima da data de vencimento;
- água destilada disponível em quantidade suficiente.

A coordenação da Farmácia pretende produzir 250 litros de solução alcoólica com concentração próxima de 70% (v/v) para abastecer os laboratórios da faculdade durante o semestre. Entretanto, a equipe técnica destaca que diversos fatores devem ser considerados no planejamento da produção. Entre eles, estão o aproveitamento dos materiais já existentes no estoque, a redução dos custos envolvidos, o cumprimento das normas de segurança relacionadas ao armazenamento e à manipulação de substâncias inflamáveis e a necessidade de evitar desperdícios de insumos.

Como não existe um procedimento previamente definido para decidir quanto utilizar de cada componente, a coordenação solicita que a equipe de estagiários apresente uma proposta tecnicamente justificável. Considerando as informações apresentadas, responda: **como determinar as quantidades de álcool 96° GL, álcool 46° GL e água destilada necessárias para preparar qualquer volume de solução alcoólica com concentração próxima de 70% (v/v), respeitando as condições de produção da Farmácia Universitária?**

Fonte: elaborado pelo autor.

Embora o conceito de "Aligação Medial", conteúdo da disciplina de Cálculo Farmacêutico, tivesse sido estudado anteriormente pelos estudantes em outros componentes do curso, em nenhum momento foi indicado que esse procedimento deveria ser utilizado na resolução do problema. Ao contrário, buscou-se construir uma situação suficientemente aberta para que os próprios estudantes decidissem quais conhecimentos matemáticos consideravam pertinentes para iniciar a investigação.

Na prática farmacêutica, a Aligação Medial é um procedimento matemático tradicionalmente empregado para determinar as proporções em que duas soluções de diferentes concentrações devem ser misturadas para obter uma terceira solução com concentração intermediária desejada. Baseado em relações proporcionais, esse método constitui um dos conteúdos clássicos dos Cálculos Farmacêuticos, sendo amplamente utilizado na preparação de soluções alcoólicas, xaropes, pomadas e outras formulações magistrais (Ansel; Prince, 2005). Sua aplicação pressupõe, entretanto, situações relativamente simples, nas quais o problema pode ser reduzido à combinação de duas concentrações e à obtenção de um único valor-alvo. Em razão dessa característica, a Aligação Medial costuma ser ensinada como um procedimento algorítmico eficiente para problemas de mistura, constituindo, para estudantes de Farmácia, um conhecimento previamente estabilizado e frequentemente mobilizado diante de situações envolvendo diluições e concentrações.

Nesse contexto, interessava menos verificar se os estudantes eram capazes de aplicar corretamente determinado algoritmo e mais compreender como reinterpretavam conhecimentos previamente construídos diante de uma situação cuja complexidade ultrapassava as condições normalmente abordadas em exercícios escolares.

Outro aspecto relevante refere-se à própria natureza matemática do problema. Sob uma análise inicial, a situação poderia ser interpretada como um exercício típico de misturas, resolvível mediante a aplicação da Aligação Medial. Entretanto, à medida que as múltiplas restrições eram consideradas simultaneamente, como limites de estoque, custo, validade dos insumos e condi-

ções de segurança, tornava-se evidente que o problema extrapolava a estrutura tradicional desse procedimento. Resolver a situação exigia a construção de um modelo capaz de articular diferentes variáveis, estabelecer relações entre elas e produzir uma solução que atendesse, simultaneamente, a todas as restrições impostas pelo contexto profissional.

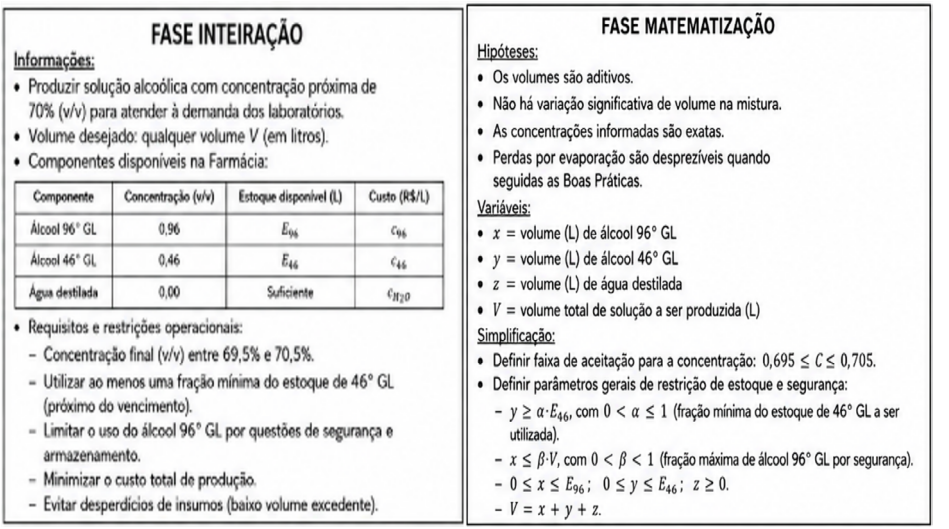
A escolha dessa atividade não decorreu apenas de sua pertinência ao contexto profissional dos participantes, mas, sobretudo, do potencial de provocar tensões interpretativas. Desde os primeiros minutos do desenvolvimento da atividade, tornou-se evidente que os estudantes interpretaram a situação a partir de experiências anteriores. Logo após a leitura do enunciado, E-1 e E-2 identificaram espontaneamente a Aligação Medial como estratégia de resolução, produzindo afirmações como *"isso é Aligação"* [fala de E-1] ou *"é igual aos exercícios da outra disciplina"* [fala de E-2]. A rapidez com que essa identificação ocorreu sugere que a interpretação da situação não resultou de uma análise detalhada das condições do problema, mas do reconhecimento de características superficiais semelhantes às de tarefas anteriormente resolvidas.

Sob a perspectiva da semiótica peirceana, esse comportamento pode ser compreendido como a manifestação de um interpretante já estabilizado. Ao longo de sua formação, os estudantes construíram um hábito interpretativo segundo o qual problemas envolvendo mistura de soluções alcoólicas são resolvidos mediante a aplicação da Aligação Medial. Conforme argumenta Peirce (2020), o significado de um signo está diretamente relacionado aos hábitos de ação que ele produz. Nesse caso, a identificação imediata do procedimento mostra que o significado dado pelo grupo G1 à Aligação Medial encontrava-se fortemente associado às consequências práticas observadas em experiências anteriores, ou seja, diante de um problema de mistura, a estratégia esperada consistia em organizar as concentrações e aplicar o algoritmo conhecido.

Essa interpretação inicial indica um aspecto dos aspectos sobre a compreensão da construção de significado em atividades de modelagem matemática: o conhecimento mobilizado pelos

estudantes não era novo, ao contrário, tratava-se de um objeto matemático já consolidado em sua experiência escolar e profissional. A atividade não se inicia, portanto, com a produção de novos significados, mas com a ativação de significados previamente estabilizados. Como destacam Almeida, Silva e Vertuan (2012), estudantes frequentemente recorrem a conhecimentos já institucionalizados para interpretar novas situações, sobretudo quando identificam elementos que remetem a experiências anteriores. Nesse sentido, a modelagem não parte de um vazio conceitual, mas de um repertório de interpretações construídas ao longo da trajetória formativa dos sujeitos. A inteiração e matematização foram sistematizadas pelo grupo G1, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Síntese da inteiração e matematização da atividade de modelagem matemática do grupo G1



FASE INTEIRAÇÃO

Informações:

- Produzir solução alcoólica com concentração próxima de 70% (v/v) para atender à demanda dos laboratórios.
- Volume desejado: qualquer volume V (em litros).
- Componentes disponíveis na Farmácia:

Componente	Concentração (v/v)	Estoque disponível (L)	Custo (R$/L)
Álcool 96° GL	0,96	E_{96}	c_{96}
Álcool 46° GL	0,46	E_{46}	c_{46}
Água destilada	0,00	Suficiente	c_{H_2O}

- Requisitos e restrições operacionais:
  - Concentração final (v/v) entre 69,5% e 70,5%.
  - Utilizar ao menos uma fração mínima do estoque de 46° GL (próximo do vencimento).
  - Limitar o uso do álcool 96° GL por questões de segurança e armazenamento.
  - Minimizar o custo total de produção.
  - Evitar desperdícios de insumos (baixo volume excedente).

FASE MATEMATIZAÇÃO

Hipóteses:

- Os volumes são aditivos.
- Não há variação significativa de volume na mistura.
- As concentrações informadas são exatas.
- Perdas por evaporação são desprezíveis quando seguidas as Boas Práticas.

Variáveis:

- x = volume (L) de álcool 96° GL
- y = volume (L) de álcool 46° GL
- z = volume (L) de água destilada
- V = volume total de solução a ser produzida (L)

Simplificação:

- Definir faixa de aceitação para a concentração: $0{,}695 \leq C \leq 0{,}705$.
- Definir parâmetros gerais de restrição de estoque e segurança:
  - $y \geq \alpha \cdot E_{46}$, com $0 < \alpha \leq 1$ (fração mínima do estoque de 46° GL a ser utilizada).
  - $x \leq \beta \cdot V$, com $0 < \beta < 1$ (fração máxima de álcool 96° GL por segurança).
  - $0 \leq x \leq E_{96}$; $0 \leq y \leq E_{46}$; $z \geq 0$.
  - $V = x + y + z$.

Fonte: relatório dos estudantes.

À medida que os grupos avançavam na resolução, começaram a surgir dificuldades que não podiam ser

respondidas pela estrutura tradicional da Aligação Medial. Embora o procedimento permitisse obter aproximações para a concentração desejada, ele não contemplava, simultaneamente, as demais exigências impostas pela Farmácia Universitária. Dentre os grupos, tornou-se recorrente a tentativa de realizar sucessivos ajustes na mistura, a citar: ao modificar a quantidade de álcool 46% para atender à restrição de validade, comprometia-se o limite de segurança; ao reduzir o volume de álcool 96%, elevava-se o custo da produção; ao incorporar parte do álcool 70%, alterava-se novamente a composição da solução. As discussões passaram, então, a ser marcadas por expressões como *"toda vez que resolve uma coisa, estraga outra"* [E-1] ou *"a Aligação não fala nada disso"* [E-4].

Essas manifestações indicam a ruptura da interpretação inicialmente estabilizada. Destaca-se aqui que a insuficiência da Aligação Medial não decorreu de qualquer erro em sua formulação matemática, mas da impossibilidade de representar, sozinha, a complexidade do problema investigado. Segundo Peirce (2020, p. 44), esse momento caracteriza a emergência da dúvida genuína, entendida como "a situação em que um hábito interpretativo deixa de orientar satisfatoriamente a ação". Enquanto a aplicação da Aligação permanecia coerente com a experiência anterior dos estudantes, não havia razão para questioná-la. Contudo, ao confrontar-se com um contexto no qual múltiplas decisões precisavam ser consideradas simultaneamente, o procedimento revelou seus limites interpretativos.

Esse movimento corrobora com a afirmação de Costa e Silva (2011) de que a construção de significado não se inicia, necessariamente, com a aprendizagem de um novo conceito, mas com a desestabilização de um significado previamente consolidado, isto é, antes de construir um novo modelo matemático, os estudantes precisaram reconhecer que o modelo de que dispunham era insuficiente para representar o fenômeno investigado. Neste ponto é importante observar que a dúvida instaurada durante a atividade não representou um obstáculo ao processo de aprendizagem dos estudantes, ao contrário, constituiu a condição necessária para que novas interpretações começassem a

emergir. Como argumenta Peirce (CP 5.376), é precisamente a experiência da dúvida que impulsiona a busca por novas crenças e inaugura um novo ciclo de semiose.

Assim, observa-se que o primeiro movimento da construção de significado não corresponde à substituição imediata de um procedimento por outro mais sofisticado. O que se verifica é a progressiva transformação da compreensão atribuída à própria Aligação Medial. Inicialmente concebida como resposta suficiente para o problema, ela passa a revelar seus limites diante da complexidade da situação investigada. Essa ruptura não elimina o significado anteriormente construído, mas cria as condições para sua reorganização em uma estrutura interpretativa mais ampla, processo que se torna ainda mais evidente quando os estudantes passam a construir um modelo capaz de representar simultaneamente todas as relações envolvidas na situação proposta.

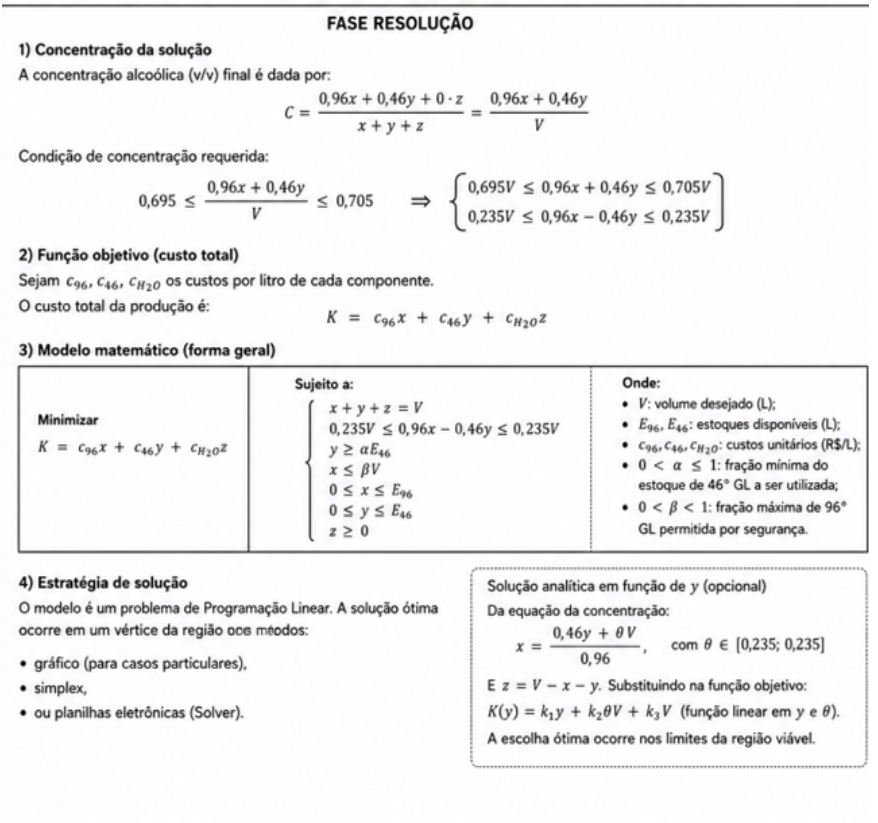
Até então, os estudantes procuravam adaptar um procedimento previamente conhecido às exigências do problema, porém, a partir desse momento, eles passaram a reconhecer que a situação exigia a construção de uma representação capaz de organizar simultaneamente diferentes relações presentes no contexto. À medida que a discussão avançava, outras exigências presentes na situação foram sendo traduzidas para a linguagem matemática.

Além disso, a necessidade de consumir pelo menos 70% do estoque de álcool 46% foi representada por uma desigualdade; os limites de disponibilidade dos demais insumos passaram a constituir restrições adicionais; a concentração final deixou de ser tratada apenas como um resultado esperado e passou a integrar formalmente o modelo por meio da relação entre a quantidade total de álcool puro e o volume produzido.

Paralelamente, os estudantes perceberam que o custo da produção possuía natureza distinta das demais condições, pois, diferentemente das restrições, que deveriam ser satisfeitas simultaneamente, o custo correspondia ao critério utilizado para comparar soluções possíveis. Essa compreensão levou à obtenção

de uma função objetivo, dando indícios de que o problema já não era interpretado apenas como um cálculo de concentrações, mas como uma situação de otimização sob restrições, conforme síntese da resolução de G1 apresentada na Figura 2.

Figura 2 - Síntese da resolução da atividade de modelagem matemática do grupo G1



FASE RESOLUÇÃO

1) Concentração da solução

A concentração alcoólica (v/v) final é dada por:

$$C = \frac{0{,}96x + 0{,}46y + 0 \cdot z}{x + y + z} = \frac{0{,}96x + 0{,}46y}{V}$$

Condição de concentração requerida:

$$0{,}695 \leq \frac{0{,}96x + 0{,}46y}{V} \leq 0{,}705 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 0{,}695V \leq 0{,}96x + 0{,}46y \leq 0{,}705V \\ 0{,}235V \leq 0{,}96x - 0{,}46y \leq 0{,}235V \end{cases}$$

2) Função objetivo (custo total)

Sejam c_{96}, c_{46}, c_{H_2O} os custos por litro de cada componente.

O custo total da produção é:

$$K = c_{96}x + c_{46}y + c_{H_2O}z$$

3) Modelo matemático (forma geral)

Minimizar	Sujeito a:	Onde:
$K = c_{96}x + c_{46}y + c_{H_2O}z$	$x + y + z = V$ $0{,}235V \leq 0{,}96x - 0{,}46y \leq 0{,}235V$ $y \geq \alpha E_{46}$ $x \leq \beta V$ $0 \leq x \leq E_{96}$ $0 \leq y \leq E_{46}$ $z \geq 0$	• V: volume desejado (L); • E_{96}, E_{46}: estoques disponíveis (L); • c_{96}, c_{46}, c_{H_2O}: custos unitários (R$/L); • $0 < \alpha \leq 1$: fração mínima do estoque de 46° GL a ser utilizada; • $0 < \beta < 1$: fração máxima de 96° GL permitida por segurança.

4) Estratégia de solução

O modelo é um problema de Programação Linear. A solução ótima ocorre em um vértice da região dos métodos:

- gráfico (para casos particulares),
- simplex,
- ou planilhas eletrônicas (Solver).

Solução analítica em função de y (opcional)

Da equação da concentração:

$$x = \frac{0{,}46y + \theta V}{0{,}96}, \quad \text{com } \theta \in [0{,}235;\ 0{,}235]$$

E $z = V - x - y$. Substituindo na função objetivo:

$K(y) = k_1 y + k_2 \theta V + k_3 V$ (função linear em y e θ).

A escolha ótima ocorre nos limites da região viável.

Fonte: relatório dos estudantes.

De acordo com Peirce (2020) esse movimento pode ser compreendido como a produção de novos interpretantes. O signo "Aligação Medial", inicialmente mobilizado como resposta

suficiente para o problema, passa a integrar uma rede interpretativa mais ampla, composta por variáveis, relações funcionais, restrições e critérios de otimização. O objeto matemático permanece formalmente inalterado, pois o que se modifica é o sistema de relações no qual ele passa a ser inserido. Assim, o significado deixa de estar associado exclusivamente ao procedimento e passa a ser construído no interior de uma estrutura representacional mais complexa.

Essa transformação se torna evidente quando os próprios estudantes passam a comparar a estratégia inicialmente adotada com o modelo que estavam construindo. Em diferentes momentos do desenvolvimento da atividade surgiram comentários indicando que *"agora estamos escrevendo o problema"* [E-3] ou que *"antes procurávamos uma conta, agora estamos representando a situação"* [E-1]. Tais manifestações revelam uma mudança epistemológica em que a resolução deixa de ser compreendida como aplicação direta de um algoritmo e passa a depender da qualidade da representação construída.

Nesse momento da atividade, observa-se uma reorganização do significado da própria Aligação Medial. O procedimento deixa de ocupar o lugar de solução do problema e passa a desempenhar uma função distinta. Os estudantes continuam reconhecendo sua utilidade para compreender as relações entre diferentes concentrações alcoólicas, entretanto, percebem que ela representa apenas uma parcela da estrutura matemática necessária para responder ao contexto investigado. A Aligação Medial transforma-se, assim, em uma heurística inicial, capaz de orientar a compreensão do fenômeno, mas insuficiente para representar, isoladamente, a complexidade das decisões envolvidas na situação proposta.

À medida que o modelo matemático foi sendo concluído, as discussões entre os grupos passaram a assumir um caráter diferente daquele observado no início da atividade. As perguntas já não se concentravam na obtenção de um conjunto específico de valores para as variáveis, mas na própria capacidade do modelo de representar adequadamente a situação investigada. Comentários como *"se mudar o preço do álcool 96%, o resultado*

muda?" [E-1] ou *"e se a concentração exigida fosse diferente?"* [E-3] indicavam que o interesse dos estudantes havia se deslocado do cálculo para a análise do comportamento do modelo diante de diferentes cenários.

Isto se alinha ao processo de construção de semiose, uma vez que essa transformação evidencia a produção sucessiva de interpretantes ao longo da atividade. Cada nova interpretação não elimina a anterior, antes, reorganiza-a e a incorpora em uma rede de significações mais complexa (Santaella, 2012).

A análise permite compreender, portanto, que a construção de significado em atividades de modelagem matemática não ocorre de maneira instantânea nem resulta simplesmente da aprendizagem de novos conteúdos, tratando-se de um processo de reorganização interpretativa desencadeado pela necessidade de responder a problemas cuja complexidade ultrapassa os limites dos procedimentos inicialmente disponíveis.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este capítulo objetivou discutir como o significado é construído e reorganizado ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, destacando os movimentos interpretativos produzidos pelos estudantes diante da mobilização de um objeto matemático previamente conhecido, tomando como referência a semiótica peirceana e a análise de uma atividade realizada com estudantes do curso de Farmácia.

A análise evidenciou que a construção de significado não ocorreu pela simples incorporação de novos conteúdos matemáticos, mas pela transformação das interpretações atribuídas a um conhecimento já presente no repertório dos estudantes. A Aligação Medial, inicialmente mobilizada como procedimento suficiente para resolver a situação proposta, revelou-se limitada diante da complexidade do problema, instaurando um processo de dúvida que impulsionou a elaboração de um modelo matemático mais abrangente. Nesse percurso, o procedimento não foi abandonado nem substituído, mas reinterpretado e integrado

a uma nova rede de relações matemáticas construída ao longo da atividade.

Essa compreensão permite sustentar que, em atividades de modelagem matemática, a construção de significado pode ser entendida como um processo contínuo de reorganização interpretativa. À medida que os estudantes confrontam suas interpretações iniciais com as exigências do problema, novos interpretantes são produzidos, antigos hábitos interpretativos são tensionados e os objetos matemáticos passam a assumir novos significados no contexto da investigação. Sob essa perspectiva, o significado não constitui um produto final da aprendizagem, mas um movimento permanente de interpretação e reinterpretação desencadeado pelas demandas da atividade.

Naturalmente, as interpretações aqui apresentadas estão circunscritas ao contexto analisado e não pretendem produzir generalizações. Contudo, acredita-se que o referencial analítico adotado possa contribuir para futuras investigações interessadas em compreender como diferentes conceitos, procedimentos ou representações matemáticas têm seus significados reorganizados em atividades de modelagem matemática desenvolvidas em distintos níveis de ensino, áreas do conhecimento e contextos formativos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 11, p. 483-497, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ANSEL, H.; PRINCE, S. **Manual de Cálculos Farmacêuticos**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we

know, what can we do? In: CHO, S. J. (Ed). **The Proceddings of the 12th Internacional Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. New York: Springer, p. 73-96, 2015.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos, 1994.

COSTA, P. H. S.; SILVA, M. F. A. O método pragmático de Charles S. Peirce. **Μετάνοια**. São João Del-Rei. Minas Gerais, n.13, 2011.

GIL, A. C. **Pesquisa qualitativa básica**. Editora Vozes, 2025.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

MENDES, T. F. A Dinâmica da Significação em uma Atividade de Modelagem Matemática: contribuições da semiótica peirceana. **Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino**, v. 9, n. 3, p. 528-547, 2025.

MENDES, T. F. **Caracterização da Construção de Significado em Atividades de Modelagem Matemática à Luz das Dimensões Semiótica e Didática**. 2023. 147 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

PEIRCE, C. S. **How to make our ideas clear**. In: Pragmatism. Routledge, 2020.

PEIRCE, C. S.; HARTSHORNE, C.; WEISS, P.; BURKS, A. **The Collected Papers of Charles Sanders Peirce**. InteLex Corporation, 1994.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. Coleção Primeiros Passos. São Paulo: Brasiliense, 2012.

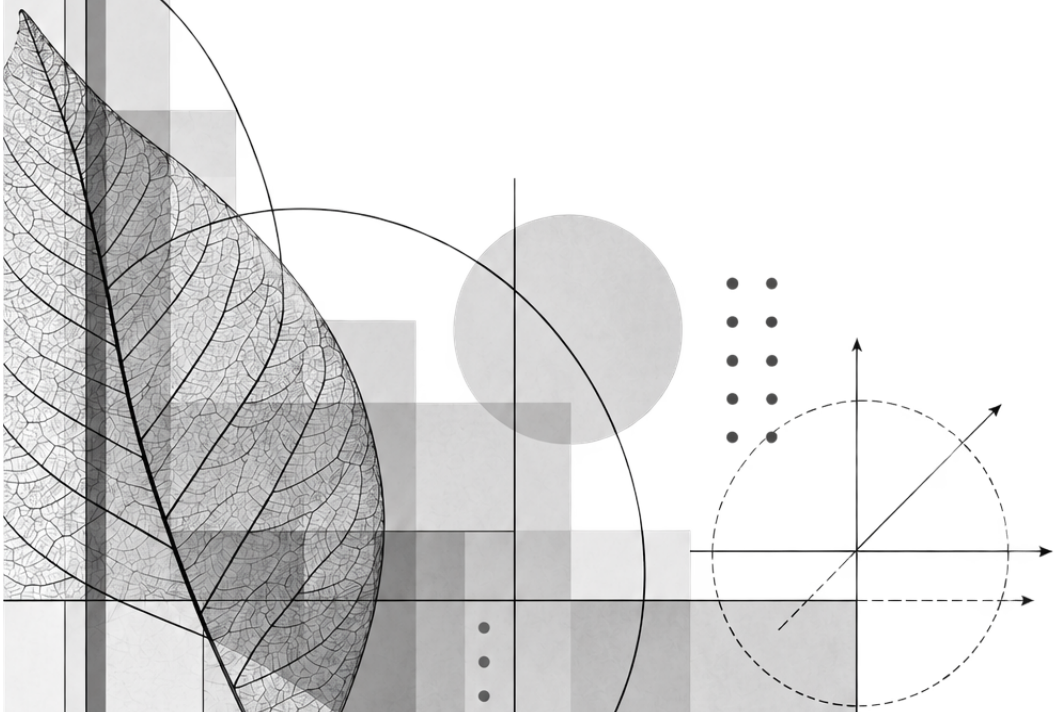
STILLMAN, G.; BROWN, J.; GALBRAITH, P. Research into mathematical applications and modelling. In: **Research in Mathematics Education in Australasia 2012-2015**. Singapore: Springer Singapore, 2016.

CAPÍTULO

4

MODELAGEM MATEMÁTICA, LINGUAGEM E A CONSTITUIÇÃO DO SIGNIFICADO

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
Natália de Oliveira Diziró
(Secretaria Municipal de Educação de Ourinhos, SP)
Michelle Fernanda da Silva
(Secretaria de Estado da Educação do Paraná)



INTRODUÇÃO

A questão do significado tem ocupado as discussões da Educação Matemática, seja em pesquisas sobre processos de ensino e aprendizagem, do currículo e das práticas pedagógicas. Compreender como os conceitos matemáticos adquirem significado para os alunos, como eles são mobilizados em diferentes contextos e como se articulam com as experiências dos sujeitos no mundo são problemas do campo educacional.

Tradicionalmente, tais questões têm sido abordadas a partir de uma concepção referencial de linguagem, na qual se supõe que os conceitos matemáticos têm um significado fixo que precisa ser transmitido ou descoberto pelo aluno. Essa perspectiva, ainda predominante em muitas práticas pedagógicas, sustenta que o significado de uma palavra ou conceito reside em sua referência a um objeto ou a uma essência, e que o ensino consiste, fundamentalmente, em levar o aluno a apreender essa correspondência. Tal visão, contudo, tem se mostrado insuficiente para explicar a complexidade dos processos de significação, uma vez que ignora a natureza situada, contextual e pragmática dos usos da linguagem.

É nesse contexto que a modelagem matemática emerge como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem. Ao propor que os alunos investiguem problemas não essencialmente matemáticos, a modelagem matemática envolve processos de interpretação, negociação, argumentação e produção de representações, colocando em evidência a dimensão linguística da atividade matemática. Pesquisas recentes têm se dedicado a investigar os processos de constituição de significados na modelagem matemática (Almeida; Tortola, 2022; Sousa; Almeida, 2019), apontando-a como um espaço privilegiado para a investigação do significado.

É nesse cenário que se insere a perspectiva filosófica aqui assumida. Ao invés de perguntar "o que é o significado?", propõe-se perguntar "como o significado se constitui nos usos da linguagem?". Essa mudança de enfoque, alinhada à perspectiva wittgensteiniana de que "o significado de uma palavra é o seu uso

na linguagem" (Wittgenstein, 2022, § 43), busca superar visões referencialistas e mentalistas, ao situar a produção de significado no interior de práticas sociais, regradas e compartilhadas.

Nesse contexto, este capítulo tem por objetivo apresentar uma leitura filosófica, de inspiração wittgensteiniana, acerca do significado em práticas de modelagem matemática na Educação Matemática. Toma-se como norte o pensamento de Ludwig Wittgenstein, em interlocução com as contribuições de Arley Ramos Moreno, a fim de investigar o significado a partir do conceito de uso.

Para tanto, o capítulo está organizado em três seções. Inicialmente, discute-se a modelagem matemática como atividade investigativa e suas relações com a produção de significado. Aprofunda-se a perspectiva filosófica adotada, com ênfase nas noções de jogo de linguagem, significado como uso e na distinção entre significado e sentido proposta por Moreno. E por fim, duas atividades de modelagem matemática são apresentadas à luz desse arcabouço teórico-filosófico: uma desenvolvida nos anos iniciais do Ensino Fundamental e outra em um contexto de Educação Inclusiva com alunos surdos, com o intuito de exemplificar como o significado se constitui nos usos da linguagem em diferentes práticas.

MODELAGEM MATEMÁTICA: UM CONVITE À INVESTIGAÇÃO

A modelagem matemática está associada à resolução de problemas reais por meio de modelos matemáticos (Bassanezi, 2019). Na Educação Matemática, sua finalidade envolve a organização de situações de ensino e de aprendizagem, desenvolvidas em diferentes contextos, nas quais os alunos podem investigar problemas, elaborar estratégias, mobilizar conhecimentos matemáticos e interpretar resultados (Almeida, 2022).

Há uma pluralidade de concepções acerca da modelagem matemática, e destaca-se seu papel como atividade investigativa. Almeida, Silva e Vertuan (2024) caracterizam-na como uma alternativa pedagógica por meio da qual uma situação-problema

não essencialmente matemática é investigada por meio da matemática.

De modo geral, as atividades de modelagem matemática não se limitam à aplicação de conceitos ou procedimentos matemáticos, mas convidam os alunos a participar de práticas investigativas que podem propiciar a interpretação de situações, a formulação de questões, a elaboração de representações, a explicação de estratégias, a justificativa de resultados, a tomada de decisões, a mobilização de tecnologias digitais e a realização de reflexões críticas (Almeida; Seki; Castro, 2024). Os alunos podem assumir maior responsabilidade pelas decisões e encaminhamentos da investigação, enquanto o professor atua na orientação, na mediação e na organização de condições que favoreçam a participação e a aprendizagem.

No desenvolvimento dessas atividades, os alunos podem mobilizar diferentes formas de linguagem, por meio das quais sentidos e significados podem ser constituídos, compartilhados e reelaborados. Procedimentos escritos, orais, gestos, desenhos, símbolos, operações, tabelas, gráficos, expressões algébricas e recursos digitais podem ser utilizados para interpretar a situação, representar relações e comunicar os resultados.

A mobilização dessas diferentes linguagens se dá com vistas à elaboração e uso de modelos matemáticos, estruturas matemáticas que visam responder à situação inicial. Niss e Blum (2020) explicitam que qualquer modelo matemático é sempre um modelo de algo em um domínio extra-matemático, e podem incluir desde a escrita sistematizada e intencional de símbolos até o uso de diagramas e gráficos, sendo capazes de descrever, explicar ou prever questões relativas ao tema investigado. Almeida, Sousa e Tortola (2015, p. 3) indicam que uma atividade de modelagem matemática se configura como "um procedimento criativo e interpretativo que faz uso ou estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar, com certo nível de fidelidade, características essenciais do fenômeno, indicando uma possível solução para um problema associado a esse fenômeno".

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática pode ser compreendido a partir de fases que orientam o trabalho dos alunos. Almeida, Castro e Silva (2021) propõem cinco fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação, e comunicação. Não há uma sequência linear, as trajetórias podem iniciar em qualquer ponto, repetir subprocessos, saltar etapas ou apresentar 'miniciclos' (Niss; Blum, 2020).

Para Niss e Blum (2020, p. 28), a modelagem matemática não é apenas um fim em si mesma, mas um meio para "oferecer interpretação, significado, compreensão adequada e retenção sustentável de seus conceitos". Nessa visão, o significado não é um ponto de partida, mas um produto da atividade investigativa. A competência de modelagem, definida como a "capacidade de construir ativamente modelos matemáticos em vários domínios, contextos e situações" e a "capacidade de analisar modelos matemáticos dados" (Niss; Blum, 2020, p. 78), exige que o aluno se engaje ativamente na resolução de problemas do mundo real, mobilizando conhecimentos, estratégias, representações e interpretando resultados.

Essa centralidade do significado em atividades de modelagem matemática foi objeto de estudo da produção acadêmica brasileira por Almeida e Silva (2014). Os autores indicam que, embora a atribuição/produção de significado seja considerada uma das finalidades da introdução de atividades de modelagem matemática, em muitos casos a noção de significado é usada de forma intuitiva e sem referência a uma teoria. O levantamento evidencia que o significado, nas pesquisas sobre modelagem matemática, não se restringe a uma associação nominativa entre palavra e objeto, mas envolve múltiplas dimensões da atividade matemática, com focos ora na linguagem, ora na cognição, ora nas interações sociais.

SENTIDO E SIGNIFICADO: UMA PERSPECTIVA FILOSÓFICA

Concepções sobre sentido e significado ocupam lugar central nas discussões da filosofia da linguagem, principalmente quando se busca compreender como as palavras adquirem significado em diferentes contextos e como os sujeitos as utilizam para se comunicar, interpretar e compreender o mundo. Embora sejam frequentemente empregados como sinônimos, esses conceitos assumem diferentes interpretações conforme a perspectiva filosófica, evidenciando que não há uma compreensão única e universal da linguagem.

Kilpatrick et al. (2005) argumentaram que o conceito de significado é múltiplo, sendo necessário reconhecer e considerar sua complexidade na Educação Matemática. Em busca de uma teoria do significado, esses autores propuseram a análise dos significados a partir das esferas de prática, ou seja, dos contextos sociais e culturais em que valores e rotinas moldam diferentes formas de atribuir sentido ao conhecimento matemático e ao modo como os sujeitos o acessam e o constroem. Assim, o significado é construído nas relações entre professores e alunos, nas intenções de ensino e aprendizagem, bem como nas experiências e horizontes de compreensão dos alunos. Essa perspectiva, reconhece a dimensão social e situada do significado, e aproxima-se de abordagens pragmáticas da linguagem.

Uma das formulações clássicas sobre o significado na tradição filosófica e linguística é o triângulo do significado, proposto por Ogden e Richards (1923), que distingue entre símbolo (a palavra), pensamento (o conceito ou imagem mental) e referente (o objeto no mundo). Embora essa representação já apontasse para a complexidade da relação entre linguagem, pensamento e mundo, ela ainda opera com uma concepção referencial da linguagem, na qual o significado é compreendido como uma relação entre a palavra e o objeto, como se houvesse uma correspondência direta e estável entre eles.

A influência da concepção referencial de linguagem pode ser identificada, por exemplo, no exame de documentos curri-

culares oficiais. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao tratar do ensino de Matemática, orienta-se "pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações" (Brasil, 2018, p. 276). O termo apreensão sugere que os significados dos objetos matemáticos são algo que já existe, algo que o aluno deve capturar ou assimilar. Afirma-se que os significados resultam de "conexões que os alunos estabelecem entre eles [os objetos matemáticos] e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos" (Brasil, 2018, p. 276). Embora essa passagem reconheça a importância das conexões e do cotidiano, ela ainda indica que o significado é algo que pode ser 'apreendido' por meio dessas conexões, sem problematizar o significado.

Especialmente na obra Investigações Filosóficas, Wittgenstein promove uma mudança na forma de compreender a linguagem, ao deslocar o foco da busca por definições para os diferentes modos de uso. Nessa perspectiva, a compreensão do significado não pode ser dissociada das práticas em que a linguagem é efetivamente utilizada (Wittgenstein, 2022). A linguagem deixa de ser concebida como um sistema fixo de representação e passa a ser compreendida como uma atividade humana que se constitui nos diferentes contextos de uso. Wittgenstein (2022, p. 46) argumenta que "para uma grande classe de casos de utilização da palavra 'significado' – se bem que não para todos os casos da sua utilização – ela se explica assim: o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem".

Essa compreensão é ampliada pela tese linguístico-epistêmica de Arley Ramos Moreno (1995, 2005, 2012). Para Moreno, o conhecimento não é uma relação entre sujeito e objeto, mas um conjunto de atividades linguísticas de construção de regras de sentido e de sua aplicação. O filósofo distingue duas instâncias: o significado, que permanece vinculado às regras convencionadas da linguagem, e o sentido, que emerge quando esse significado é mobilizado pelo sujeito em contextos concretos (Moreno, 2012). O significado, portanto, não é algo que se

apreende passivamente, mas algo que se constitui nas práticas de uso, por meio de instrumentos linguísticos como o gesto ostensivo, a denominação, a comparação por semelhanças e diferenças, e a aplicação de regras em diferentes jogos de linguagem.

Gottschalk (2013) ressalta que compreender uma linguagem não está relacionado essencialmente ao conhecimento das palavras e de suas definições, mas à participação nas atividades e nas regras que lhes conferem significado. Nessa direção, Condé (2012) argumenta que, ao deslocar a reflexão da pergunta "o que é?" para "como se usa?", Wittgenstein evidencia que o conhecimento se constitui nas práticas, nas regras e nas formas de interação que organizam a experiência humana.

Para Moreno (1995), a atividade epistêmica de constituição da significação envolve a introdução de paradigmas na linguagem, etapa em que se atribui nomes como etiquetas e se define seu sentido, e a ampliação do sentido linguístico por meio de normas e uso dos conceitos em diferentes jogos de linguagem. Nesse entendimento, o significado está nas práticas concretas em que as palavras são empregadas, enquanto o sentido se constitui no modo como os sujeitos se relacionam com a linguagem e suas experiências com o mundo.

Assim, o significado não emerge das palavras isoladamente, mas da forma como elas são utilizadas. Conforme destaca Gottschalk (2025, p. 67), "uma palavra ou expressão linguística passa a ter sentido no interior de um 'jogo de linguagem' e não mais exclusivamente ao representar um fato do mundo". Essa compreensão dialoga com Sousa (2025, p. 124), para quem "o sentido é constituído a partir de atividades linguísticas que incorporam elementos do mundo físico, sentimentos, estados mentais, entre outros". Assim, o conceito de uso está associado à constituição da significação e a como se atribui sentido às experiências dos sujeitos com o mundo.

Sabe-se algo quando se sabe utilizar determinada expressão, bem como se é hábil nas convenções em que os sujeitos são treinados (Wittgenstein, 2022). Para que se possa aprender sobre os diferentes conceitos científicos, é importante ter em

conta as condições de possibilidade da significação. Condições essas descritas por Moreno (1995, p. 3), em que conhecer "é construir regras de sentido e operar com elas, aplicando-as aos objetos de pensamento". Aprende-se matemática, por exemplo, quando se participa de práticas linguísticas dentro de uma comunidade.

A CONSTITUIÇÃO DO SIGNIFICADO E A MODELAGEM MATEMÁTICA

A perspectiva wittgensteiniana, ampliada pela tese linguístico-epistêmica de Moreno, oferece um arcabouço teórico-filosófico para a compreensão dos processos associados ao significado. Ao deslocar o foco da pergunta "o que é o significado?" para "Como o significado se constitui nos usos da linguagem?", assumimos que o significado não é uma essência a ser transmitida ou descoberta, mas algo que se constitui nas práticas sociais, nas regras e nos diferentes contextos em que a linguagem é usada.

Buscamos ilustrar essa perspectiva por meio da análise de atividades de modelagem matemática desenvolvidas em contextos educacionais distintos. A primeira, situada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, exemplifica o primeiro contato das crianças com atividades de modelagem e como elas servem para introduzir paradigmas na linguagem. A segunda, ambientada na Educação Inclusiva com alunos surdos, evidencia como a modelagem matemática pode ser mobilizada para o tratamento de fenômenos reais.

Em ambas as análises, o conceito que orienta a discussão é o de que "o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem" (Wittgenstein, 2022, § 43). Isso significa que não se trata de identificar se os alunos "compreenderam" ou "apreenderam" corretamente os conceitos matemáticos, mas de investigar como esses conceitos são efetivamente utilizados nas práticas. O foco, portanto, recai sobre os usos linguísticos, orais, escritos, gestuais, visuais, simbólicos, que os alunos mobilizam ao longo das atividades, e sobre como esses usos constituem, ampliam ou reorganizam os jogos de linguagem dos quais participam.

A organização das experiências nos primeiros anos escolares

A primeira atividade aqui analisada foi desenvolvida com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental e tem como tema o desperdício de água. Essa escolha justifica-se por permitir observar como, mesmo em um nível de escolaridade em que os conceitos matemáticos ainda não foram formalizados, as crianças podem mobilizar noções de proporcionalidade e dependência entre grandezas por meio da linguagem em uso, constituindo, assim, os primeiros significados matemáticos.

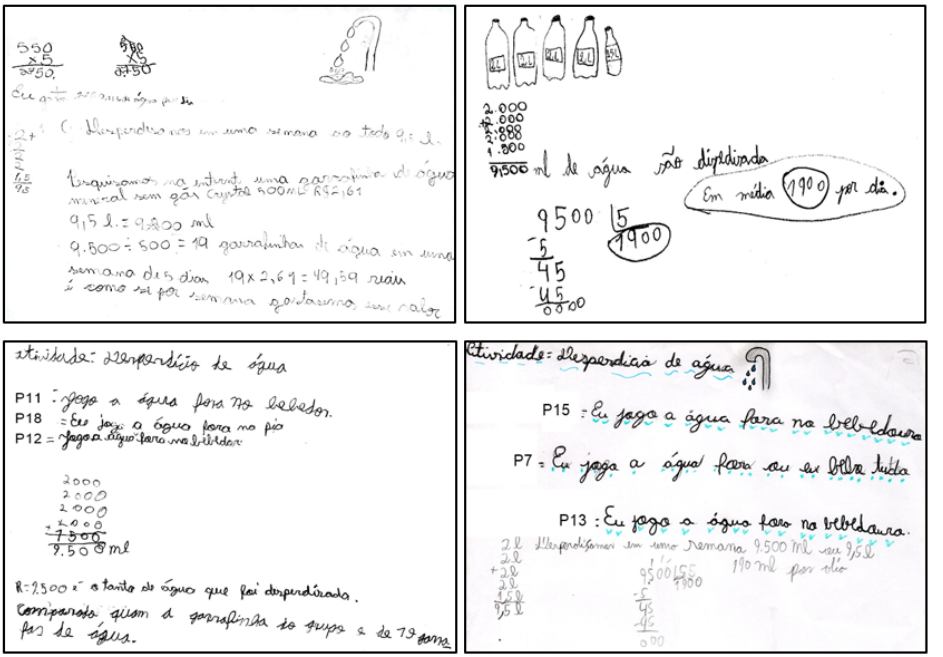
Nos primeiros anos escolares, compreendendo a Educação Infantil e os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os conceitos matemáticos não têm como ponto de partida definições conceituais ou procedimentos formais. Para as crianças, os conhecimentos matemáticos emergem das práticas sociais e das experiências, sendo esses sistematizados por meio de manipulação, da experimentação, dos registros espontâneos e da linguagem matemática convencional (Paraná, 2018). Sob uma perspectiva wittgensteiniana, é nessas práticas que os significados passam a constituir-se, uma vez que o uso da linguagem organiza as experiências dos alunos e possibilita que os conceitos matemáticos passem a integrar os jogos de linguagem dos alunos (Wittgenstein, 2022; Moreno, 2012; Sousa, 2025). Nesse processo, relações entre grandezas, proporcionalidade e dependência entre variáveis podem ser mobilizadas antes mesmo da formalização da função linear, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio e a construção de noções iniciais desse conceito.

Nessa direção, as atividades de modelagem matemática possibilitam que as crianças mobilizem conceitos matemáticos ao investigarem problemas oriundos de seus contextos e atribuam significados aos conhecimentos produzidos. Sousa (2025, p. 123) destaca que "a aprendizagem das regras matemáticas, por sua vez, está associada, também, às especificidades dos jogos de linguagem que circundam a matemática". Nesse processo, formas iniciais do raciocínio funcional podem emergir antes mesmo da formalização da função linear, pois, em meio ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, novas

regras convencionadas passam a integrar os jogos de linguagem dos alunos, ampliando ou reorganizando aquelas que já orientavam seus usos da linguagem matemática.

Na atividade "Desperdício de Água" desenvolvida por Silva (2026), os alunos dos Anos Iniciais investigaram o consumo e o desperdício de água em seu cotidiano. Ao analisarem o desperdício de água descartada das garrafinhas, fizeram comparações e estabeleceram relações de proporcionalidade entre diferentes variáveis, como número de dias (uma semana) volume acumulado de água desperdiçada, quantidade de garrafinhas valor financeiro e volume desperdiçado número equivalente de garrafas (Figura 1).

Figura 1 - Atividade "Desperdício de Água"



Fonte: Silva (2026).

Sob a perspectiva de Moreno (1995), a atividade pode ser compreendida como um momento de introdução de paradigmas na linguagem. Ao nomear as grandezas envolvidas, como "volume de água", "número de garrafas" e "valor financeiro", e ao estabelecer comparações entre elas, as crianças não estão simplesmente aplicando conceitos prontos, mas constituindo, por meio do uso, as primeiras regras de sentido que orientarão futuros empregos desses conceitos. O gesto ostensivo (apontar para a garrafa, para o número, para a tabela) e a denominação (atribuir nomes às relações observadas) são instrumentos linguísticos desse processo, pois é por meio deles que as crianças aprendem a reconhecer e a operar com as regularidades que organizam a experiência matemática (Moreno, 2012).

A investigação favoreceu a percepção de que a variação de determinada grandeza pode acarretar mudanças, mobilizando noções de proporcionalidade. A partir dos dados produzidos, os alunos analisaram que o desperdício semanal de 9.500 ml correspondia a uma média de 1.900 ml por dia, estabelecendo uma relação entre o número de dias e o volume acumulado. Também converteram esse total em 19 garrafas de 500 ml, relacionando o volume desperdiçado à quantidade equivalente de embalagens. Ao considerar o preço unitário de R$ 2,61 por garrafa, chegaram ao valor de R$ 49,59, evidenciando que, mantido o preço unitário, o valor total varia de acordo com a quantidade de garrafas. Essas estratégias mobilizaram proporcionalidade, conversão de unidades, comparação entre grandezas e cálculo financeiro, constituindo formas iniciais de raciocínio funcional.

Nessa direção, a atividade evidencia que o uso dessas relações matemáticas está associado ao seguimento de regras convencionadas, as quais, conforme discute Sousa (2025), são de natureza pública, compartilhada e marcadas por regularidades que orientam os diferentes usos da linguagem matemática. Ao participarem desse jogo de linguagem, que envolve não apenas os símbolos matemáticos, mas também as práticas de medir, comparar, converter e calcular, as crianças aprendem as regras que conferem significado a esses conceitos. Nesse sentido, a atividade de modelagem matemática não apenas mobiliza con-

ceitos matemáticos, mas os constitui como parte do repertório linguístico das crianças, ampliando os jogos de linguagem dos quais elas participam.

A atividade permite observar, à luz da distinção proposta por Moreno (2012), como o significado dos conceitos matemáticos mobilizados, proporcionalidade, conversão de unidades de medida e relações entre grandezas, permanece vinculado às regras convencionadas da matemática, enquanto o sentido se constitui quando esses conceitos são utilizados pelos alunos para interpretar o desperdício de água investigado. Em outras palavras, o significado é o que torna possível a operação com esses conceitos, é a regra que orienta, por exemplo, que 9.500 ml podem ser convertidos em 19 garrafas de 500 ml. O sentido, por sua vez, é o que torna essa operação relevante para os alunos: é a compreensão de que essa conversão permite dimensionar o desperdício, compará-lo com o cotidiano e tomar decisões sobre o uso da água. Assim, as regras matemáticas permanecem as mesmas; o que se modifica é a forma como esse significado é constituído.

No próximo contexto educacional, a introdução de paradigmas e as condições de possibilidade para o significado se tornam diferentes, visto que a forma de vida dos sujeitos, seus hábitos, costumes e linguagem são diferentes e permitem outros modos de ver.

Modelagem Matemática na Educação Inclusiva

A Educação Inclusiva tem sido compreendida a partir de diferentes perspectivas, entre as quais se destaca o reconhecimento da diferença como elemento constitutivo das relações humanas e dos processos educativos. Nessa direção, Skovsmose (2019, p. 26) compreende a Educação Matemática Inclusiva como "uma educação que tenta estabelecer encontros entre diferenças". Essa concepção permite pensar a inclusão não apenas como garantia de acesso aos ambientes educacionais, mas como um processo que reconhece diferentes formas de ensinar e de aprender. Nessa direção, a modelagem matemática pode cons-

tituir-se como uma possibilidade de práticas (Olimpio, Kato e Borges, 2025).

Para os alunos surdos, a Libras não é um recurso pedagógico entre outros, mas a língua materna por meio da qual constituem significado com o mundo. Como argumenta Skliar (1997), a surdez não é uma deficiência a ser compensada, mas uma diferença linguística e cultural que organiza a experiência dos sujeitos. Nesse sentido, a Língua Portuguesa, na modalidade escrita ou oral, não é o jogo de linguagem no qual o estudante surdo já aprendeu a se orientar. A modelagem matemática, ao propor a investigação de fenômenos reais por meio de diferentes linguagens, incluindo gestos, desenhos, símbolos, tabelas e tecnologias digitais, abre a possibilidade de que a Libras seja mobilizada como linguagem constitutiva da atividade, e não apenas como recurso de tradução.

À luz da perspectiva filosófica assumida, os sentidos e os significados constituem-se nos usos da linguagem. Desse modo, conceitos relacionados à dependência entre grandezas, à proporcionalidade e à linearidade podem adquirir significados quando utilizados pelos alunos para interpretar situações, estabelecer relações, produzir representações, comunicar estratégias e tomar decisões. Conforme Gottschalk (2008, p. 88), "[...] o que vai dar a essência de um conceito matemático é sua aplicação, pois é no momento do uso do conceito que nos conectamos com toda sua gramática". Em práticas inclusivas, esses usos podem ocorrer por meio de elementos que explorem as especificidades dos sujeitos.

Ribas e Martins (2018), por exemplo, descrevem uma atividade de modelagem com duas estudantes surdas do Ensino Médio, que investigaram a confecção de roupas por meio de medições corporais, transformações métricas e proporcionalidade. Ao tomarem como variáveis o comprimento entre o ombro e o quadril e a largura das costas , representaram a relação entre essas medidas no plano cartesiano e reconheceram a dependência entre elas. Nessa atividade, a distinção proposta por Moreno (2012) entre significado, vinculado às regras convencionadas da matemática, e sentido, que emerge do uso situado desses con-

ceitos para interpretar uma situação concreta, pôde ser observada. Para as estudantes surdas, esse processo ocorreu em Libras, mediado por desenhos e gestos, o que permitiu que os conceitos matemáticos fossem integrados ao seu repertório linguístico, ampliando os jogos de linguagem dos quais participam.

As relações entre variáveis também foram mobilizadas na atividade de Educação Financeira desenvolvida por Diziró e Sousa (2025), na qual dois alunos surdos investigaram quantos geladinhos deveriam ser vendidos para obter lucro, considerando o preço unitário de dois reais. Para resolver o problema, utilizaram contagens, desenhos, somas sucessivas, multiplicações, subtrações, além de cédulas e moedas fictícias. Considerando como a quantidade de geladinhos vendidos e o custo de R$ 6,90, o lucro pode ser expresso por . Embora essa expressão não tenha sido formalizada pelos participantes, suas estratégias evidenciaram que o valor arrecadado aumentava em dois reais a cada unidade vendida e que o lucro correspondia à diferença entre a receita e o custo. Nessa direção, Moreno (2005, p. 152) afirma que "uma vez cristalizados em regras e, assim, sistematizados, os usos das palavras esclarecem a significação dos conceitos e enunciados".

Essa atividade evidencia, ainda, como os jogos de linguagem se constituem na articulação entre diferentes sistemas de representação. As contagens, os desenhos, as somas sucessivas, as multiplicações e as subtrações não são procedimentos técnicos, mas modos de participar de um jogo de linguagem que confere sentido à noção de lucro. Ao perceberem que o valor arrecadado aumenta em dois reais a cada unidade vendida, os alunos estão aprendendo uma regra de uso que orienta a compreensão da função linear, ainda que sua expressão algébrica não tenha sido formalizada. Como sinaliza Gottschalk (2008), a essência de um conceito matemático está em sua aplicação, e é no momento do uso que os alunos se conectam com a gramática que rege esse conceito.

Tudo ocorreu em um ambiente bilíngue, as contagens, os desenhos, as somas sucessivas e as multiplicações foram realizadas a partir de explicações e negociações em Libras, o jogo de linguagem da matemática, com suas regras, procedimentos

e representações, foi constituído na língua na qual os alunos já se orientam no mundo. A Língua Portuguesa, por sua vez, não foi o ponto de partida para a constituição do significado, mas uma das linguagens usadas, ao lado dos registros numéricos e simbólicos. Isso evidencia que, em atividades de modelagem matemática com alunos surdos, a Libras não é um "apoio" à aprendizagem, mas o solo linguístico no qual os significados podem ser constituídos.

Em Diziró, Silva e Sousa (2025) três alunos surdos investigaram o salário necessário para a aquisição de um carro popular zero quilômetro. Os alunos formularam hipóteses, realizaram cálculos com calculadora, tabelas e pesquisas na *internet*. Ao compararem diferentes valores, perceberam que o aumento da quantia poupada reduzia o tempo necessário para atingir o montante desejado, mobilizando relações de dependência entre as grandezas. Para além dos cálculos, negociaram os significados de expressões como "carro popular" e "poupança", acordando um sinal em Libras para esta última.

Um aspecto particularmente relevante dessa atividade de modelagem matemática é o processo de negociação de significados para expressões como "carro popular" e "poupança", culminando na criação de um sinal em Libras. Esse movimento pode ser compreendido, como um momento de introdução de paradigmas na linguagem dos alunos. Ao acordarem um sinal que nomeia um conceito novo em sua língua, os alunos não estão apenas traduzindo uma palavra da Língua Portuguesa para a Libras; estão constituindo, por meio da ação compartilhada, uma nova regra de sentido que passará a orientar seus usos futuros da linguagem em contextos financeiros. Esse processo evidencia que a constituição do significado não é um ato individual de "apreensão", mas uma prática social de negociação e convenção, na qual os sujeitos, ao participarem de diferentes jogos de linguagem, ampliam seu repertório linguístico e, com ele, suas formas de compreender e agir sobre o mundo.

O significado de "poupança" não é, para eles, uma definição abstrata apreendida em Língua Portuguesa, mas uma regra de uso que se constitui na prática, na negociação e na aplicação a situações

concretas. A Libras, longe de ser um "meio" para aprender matemática, é a própria linguagem na qual o significado matemático é constituído.

Durante essa atividade, os alunos transitaram entre a Língua Portuguesa, a Libras, os registros numéricos, as tabelas e os recursos digitais. Esse trânsito entre diferentes linguagens pode ser compreendido, conforme Costa e Silveira (2017), como parte dos jogos de linguagem nos quais os significados são produzidos e negociados.

Nas atividades de modelagem matemática analisadas, as tecnologias digitais integraram os usos da linguagem. Pesquisas na internet auxiliaram na obtenção de informações; vídeos em Libras favoreceram a acessibilidade linguística; planilhas eletrônicas permitiram organizar e comparar dados; e calculadoras contribuíram para a realização e a verificação das operações. O que destaca que esses recursos ampliam as possibilidades de investigação, representação e análise das situações estudadas. Entretanto, as tecnologias não produziram significados por si mesmas, pois estes se constituíram nos usos realizados pelos alunos durante as atividades. Vídeos, planilhas, calculadoras e gráficos passaram a integrar os jogos de linguagem quando foram utilizados não apenas na resolução das situações, mas também para promover a acessibilidade e favorecer a articulação entre diferentes linguagens.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, buscamos apresentar uma leitura filosófica, de inspiração wittgensteiniana, acerca da constituição do significado em atividades de modelagem matemática. Partimos da constatação de que a visão referencial de linguagem, ainda predominante em muitas práticas pedagógicas e em documentos curriculares, é insuficiente para explicar a complexidade dos processos de significação, uma vez que trata o significado como algo fixo a ser transmitido ou "apreendido" pelo aluno.

Em contraponto a essa visão, assumimos a perspectiva de Wittgenstein (2022), para quem "o significado de uma palavra é

o seu uso na linguagem", e a ampliamos com as contribuições de Arley Ramos Moreno (1995, 2012), que distingue entre significado, vinculado às regras convencionadas da linguagem, e sentido, que emerge quando esse significado é mobilizado pelo sujeito em contextos concretos. Essa mudança de enfoque, de "o que é o significado?" para "como o significado se constitui nos usos da linguagem?" desloca o foco da transmissão de definições para a participação em práticas linguísticas regradas, nas quais os conceitos matemáticos são significados pelos alunos na medida em que são utilizados para interpretar, descrever e agir sobre o mundo.

A análise de atividades de modelagem matemática, permite identificar como os conceitos matemáticos, como proporcionalidade, dependência entre grandezas, conversão de unidades e noções de função, não são pontos de partida, mas produtos da atividade investigativa, constituídos nos usos que os alunos fazem da linguagem ao longo do percurso.

Na atividade desenvolvida nos anos iniciais do Ensino Fundamental, observou-se como as crianças, ao investigarem o desperdício de água, mobilizaram noções de proporcionalidade e dependência entre grandezas por meio de instrumentos linguísticos como o gesto ostensivo, a denominação e a comparação por semelhanças e diferenças. Esse processo evidenciou a introdução de paradigmas na linguagem, na qual novas regras de sentido passaram a integrar os jogos de linguagem das crianças, ampliando seu repertório linguístico e suas formas de compreender o mundo.

Na Educação Inclusiva com alunos surdos, as análises evidenciaram que a constituição de significados matemáticos ocorre na e pela Libras, a língua na qual os alunos já constituem sua experiência com o mundo. A criação de um sinal em Libras para "poupança" foi identificada como um exemplo particular de introdução de paradigmas na linguagem, no qual os alunos, por meio da negociação e da ação compartilhada, constituíram uma nova regra de sentido que passará a orientar seus usos futuros da linguagem em contextos financeiros. Esse processo reafirma

que a Libras não é um "recurso de acessibilidade", mas a própria linguagem na qual o significado é constituído.

Essas análises sugerem implicações importantes para a prática pedagógica. O professor, nessa perspectiva, não é o "transmissor" de significados prontos, mas o organizador de práticas linguísticas e investigativas que permitem aos alunos constituir seus próprios sentidos. Isso exige olhar para os usos da linguagem que os alunos mobilizam, orais, escritos, gestuais, visuais, simbólicos, e para as formas como esses usos ampliam ou reorganizam os jogos de linguagem dos quais participam.

Embora as análises aqui apresentadas tenham focalizado os anos iniciais do Ensino Fundamental e a Educação Inclusiva, em outros momentos da escolaridade, como no Ensino Médio ou no Ensino Superior, as atividades de modelagem matemática também podem ser analisadas sob essa perspectiva filosófica. Por exemplo, ao investigar fenômenos como o crescimento populacional ou a variação de temperaturas, os alunos mobilizam conceitos como função exponencial ou trigonometria não como definições a serem aplicadas, mas como regras de uso que adquirem sentido na medida em que são empregadas para interpretar, descrever e prever comportamentos do mundo real (Sousa; Almeida, 2019a). Nesses casos, é possível ampliar a discussão para o segundo nível de articulação do sentido. A perspectiva wittgensteiniana se coloca assim como um modo de ver os processos de constituição do significado em atividades de modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de. Uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 42, n. 2, p. 121-145, jul./dez. 2022.

ALMEIDA, L. M. W. de; CASTRO, É. M. V. de; SILVA, M. H. S. da. Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. **Alexandria**, v. 14, n. 2, p. 383-406, nov. 2021.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras. **REVEMAT**, v. 9, p. 124-145, jun. 2014.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2024.

ALMEIDA, L. M. W.; SEKI, J. T. P.; CASTRO, É. M. V. Tecnologias digitais e modelagem matemática: interlocuções e possibilidades. **Amazônia**, Belém, v. 20, n. 45, p. 144-161, 2024.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E. Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 219-243, 2022.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para amodelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SeminárioInternacional de Pesquisa Em Educação Matemática, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CONDÉ, M. **Ciência e linguagem - Fleck e Wittgenstein**. In: CONDÉ, M. L. (org.). Ludwik Fleck: estilos de pensamento na ciência. Belo Horizonte: Fino Traço, 2012.

COSTA, W. C. L.; SILVEIRA, M. R. A. Contribuições da filosofia da linguagem de Wittgenstein para a educação matemática de alunos surdos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 11, p. 128-141, 2017.

DIZIRÓ, N. O.; SILVA, M. F.; SOUSA, B. N. P. A. Significados em modelagem matemática na Educação Inclusiva de alunos surdos. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2025, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande: , 2025. p. 1-16.

DIZIRÓ, N. O.; SOUSA, B. N. P. A. Aspectos da cultura surda na modelagem matemática: uma atividade com alunos bilíngues. **REPPE: Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino**, Cornélio Procópio, v. 9, n. 3, p. 454-479, 2025.

GOTTSCHALK, C. M. C. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. O Paradoxo do Ensino da Perspectiva de uma Epistemologia do Uso. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 27, n. 54, p. 659-674, jul./dez. 2013.

GOTTSCHALK, C. M. C. **Efeitos terapêuticos da filosofia de Wittgenstein nas Imagens da educação**. In: GOTTSCHALK, C. M. C.; SOUSA, B. N. P. A. (org.). Diálogos com Wittgenstein na Educação. São Paulo: FEUSP, 2025.

KILPATRICK, J.; HOYLES, C.; SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. **Meaning in mathematics education**. New York: Springer, 2005.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 1995.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas: Unicamp, 2005.

MORENO, A. R. Introdução a uma epistemologia do uso. **Caderno CRH**, Salvador, v. 25, n. spe 02, p. 73-95, 2012.

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London: Routledge, 2020.

OGDEN, C. K.; RICHARDS, I. A. **The meaning of meaning**: a study of the influence of language upon thought and of the science of symbolism. London: Kegan Paul, Trench, Trubner & Co., 1923.

OLIMPIO, W. A.; KATO, L. A.; BORGES, F. A. Modelagem Matemática e Educação Inclusiva: um levantamento bibliográfico nos anais da CNMEM e do ENEMI. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA, 1., 2025, Cascavel. **Anais...** Cascavel: PR, 2025. p. 1-12.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações**. Curitiba: Seed, 2018.

RIBAS, M. C.; MARTINS, M. A. Contribuições da modelagem matemática como método de ensino para alunos surdos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 20, p. 432-444, 2018.

SILVA, M. F. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais**: uma investigação sobre a linguagem em uso. 2026. 180 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio, 2026.

SKLIAR, C. Uma perspectiva sócio-histórica sobre a psicologia e a educação dos surdos. In: SKLIAR, C. (org.). **Educação & Exclusão**: abordagens sócio-antropológicas em educação especial. Porto Alegre: Mediação, 1997.

SKOVSMOSE, O. Inclusões, encontros e cenários. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p. 16-32, set./dez. 2019.

SOUSA, B. N. P. A. **Wittgenstein na Educação Matemática**: dos usos da matemática à ampliação dos 'modos de ver' o mundo. In: GOTTSCHALK, C. M. C.; SOUSA, B. N. P. A. (org.). **Diálogos com Wittgenstein na Educação**. São Paulo: FEUSP, 2025.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. de. Apropriação linguística e significado em atividades de modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1195-1214, dez. 2019.

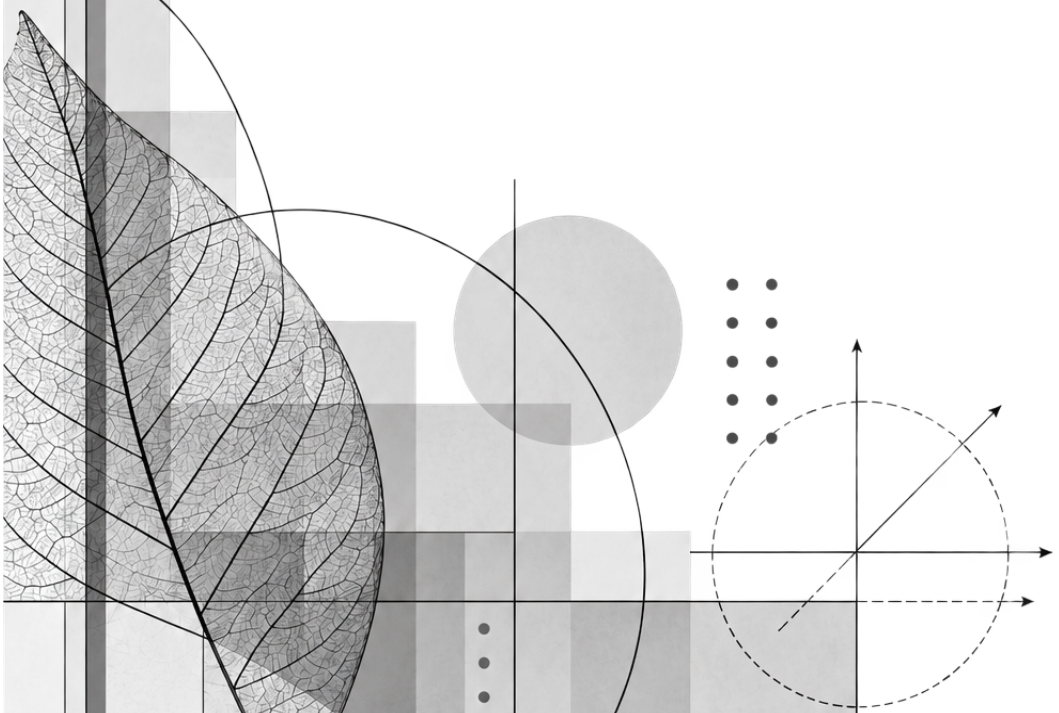
WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução e notas João José Rodrigues Lima de Almeida. (Edição Bilíngue). Curitiba: Horle Books, 2022.

CAPÍTULO

5

CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA: SIGNIFICADOS EM MOVIMENTO À LUZ DE WITTGENSTEIN

JEFERSON TAKEO PADOAN SEKI
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA
(Universidade Estadual de Londrina)



INTRODUÇÃO

No âmbito da Educação Matemática, as concepções sobre a natureza do conhecimento matemático e como ele é adquirido orientam as ações dos(as) professores(as) e normatizam o modo como compreendem e abordam a aprendizagem dos(as) estudantes. Relacionam-se a estas ações, determinadas imagens que são elaboradas a partir de interpretações sobre como os significados dos conceitos matemáticos são constituídos e se relacionam com situações de natureza empírica. Uma destas imagens consiste na concepção referencial do significado, que se origina em Platão e desencadeia-se em diferentes formulações, como a de Gottlob Frege e de Santo Agostinho.

Wittgenstein, nas *Investigações Filosóficas (IF)*, fazendo alusão a uma citação da obra Confissões de Santo Agostinho, destaca que na concepção referencial do significado: "cada palavra tem um significado. Esse significado está correlacionado à palavra. Ele é o objeto no lugar do qual a palavra está" (Wittgenstein, IF, § 1). Nesta imagem, o significado de uma palavra depende de uma referência, que pode ser de natureza física, mental ou pertencer ao mundo das ideias, por exemplo. Como aponta Wittgenstein (IF, § 1), quem considera os significados das palavras desta forma pensa, em primeiro lugar, em substantivos e nomes e, somente depois, em determinadas atividades com as quais usamos a linguagem.

Os problemas filosóficos começam a surgir, quando os filósofos consideram esta imagem como um modelo universal do significado, aplicável em todos os casos, sem considerar a diversidade de práticas linguísticas com as quais usamos as palavras. Envereda-se, assim, para uma busca de essências externas à linguagem. Como aponta Moreno (2025, p. 35), "o fundamento é estabelecido fora da linguagem e da prática linguística, em universos metafísicos das mais variadas formas — realistas, idealistas, empiristas, formalistas e versões modernas como mentalistas, behavioristas, cognitivistas, entre outras".

Essa problemática do uso exclusivista da imagem referencial se intensifica quando se considera no discurso educacional

a necessidade de introduzir no ensino de matemática, contextualizações com "realidade" e articulações com outras áreas do conhecimento (Gottschalk, 2023), importando características de um discurso científico que ratifica o uso da matemática para compreensão e explicação de fenômenos em diversas áreas do conhecimento.

Neste discurso científico, em particular a partir da ciência moderna, a matemática ocupa um lugar fundamental na construção de teorias científicas, estando na base das investigações acerca da natureza. A famosa afirmação de Galileu Galilei (1564-1642): "o livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos" evidencia a relevância da matemática para as ciências. Conforme o historiador Alexandre Koyré (1982, p.54), "Galileu talvez seja o primeiro espírito a acreditar que as formas matemáticas eram efetivamente realizadas no mundo. Tudo o que existe no mundo está submetido à forma geométrica; todos os movimentos são submetidos a leis matemáticas". Estabelece-se com o modo de Galileu de fazer ciência, imagens que vão normatizar a prática científica da ciência moderna, são elas: a matematização da natureza e a experimentação.

A partir da queda dos corpos de Galileu e outros exemplos de matematização da natureza, como a teoria quântica elementar desenvolvida por Born, Jordan e Heisenberg e a eletrodinâmica quântica, o físico Eugene Wigner, em seu artigo "*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*" (1960) considera que a eficácia da matemática nas ciências naturais é algo que beira o misterioso e para o qual não existe uma explicação racional. Para o autor, a precisão e o detalhamento em que as formulações matemáticas de leis da natureza fornecem na descrição de fenômenos empíricos é algo surpreendente. Na conclusão do seu texto, o físico afirma que "o milagre da eficiência da linguagem matemática para formular as leis físicas é algo que nem merecemos nem entendemos" (Wigner, 1960, p. 9, *tradução nossa*).

A milagrosa conexão da matemática e a física indicada por Wigner decorre do uso exclusivista da imagem referencial, de modo que a matemática é considerada não apenas como *a*

linguagem capaz de descrever as leis da natureza, mas como a linguagem correta. Nessa perspectiva, a matemática fornece precisão e confiabilidade às investigações científicas, sendo *o* conhecimento matemático considerado *o* conhecimento verdadeiro, neutro e atemporal, corroborando o fortalecimento da ideologia da certeza da matemática (Borba, Skovsmose, 1997; Skovsmose, 2019).

Esta imagem da matemática se fortalece quando o seu uso para investigar situações empíricas é tomado numa perspectiva unicamente descritiva, cujo modelo matemático é visto como um retrato mais ou menos aproximado da realidade. Consequentemente, a *construção* deste tipo de modelo pode ser vista como um ato de gerar uma representação ou uma descrição matemática do mundo e a sua *análise* sob a perspectiva da verificação, usando a métrica da aproximação como um conceito-chave nesta avaliação. No contexto da sala de aula, essas ideias quando usadas de forma dogmática podem reverberar reducionismos e uma certa 'cegueira' na compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática, principalmente ao abordar os significados dos conceitos matemáticos de forma descolada da linguagem, pertencentes a uma realidade independente (mental, ideal ou empírica).

Em contraste a esta forma de ver o 'significado' do significado em matemática, neste capítulo considera-se noções da filosofia tardia de Ludwig Wittgenstein para lançar reflexões acerca da construção e da análise de modelos matemáticos e das imagens que delimitam e direcionam o nosso pensamento em uma única direção, em especial, em compreensões metafísicas do conhecimento e do significado.

A FORÇA DAS IMAGENS E A ATITUDE TERAPÊUTICA EM WITTGENSTEIN

Com base nos escritos de Ludwig Wittgenstein, Moreno (1993) caracteriza as imagens, por um lado, como "o referencial normativo, com a qual comparamos objetos" (Moreno, 1993, p. 35). Elas são necessárias, pois parece-nos não ser possível imaginar sua negação. Por exemplo, é necessário que '2+2' seja igual a 4, pois para alguém dominado pela força desta imagem, é impossível imaginar que o resultado seja outro. Por outro lado, as imagens são fonte de confusões conceituais ao concebermos que uma determinada necessidade é em si mesma necessária: '2+2' é necessariamente 4, independente do uso que fazemos desta proposição e de suas relações com as crenças e conceitos que se articulam em nossas práticas linguísticas.

É sobre o uso dogmático das imagens que Wittgenstein dirige sua terapia filosófica, isto é, do que Wittgenstein denomina de *dieta unilateral*: "alimentamos nosso pensar só com uma espécie de exemplos" (Wittgenstein, IF, § 593). Para este filósofo, contrapondo-se às tradições filosóficas, a terapia filosófica não busca teorias metafísicas ou explicações universais sobre o significado, mas consiste em uma atividade essencialmente descritiva dos usos de nossas expressões linguísticas em diferentes jogos de linguagem, com a finalidade de compreender outros modos de ver as coisas, através da proposição de exemplos, analogias e diferentes situações de uso para que se possa liberar o pensamento do dogmatismo. Este caráter descritivo da filosofia, tomando como exemplo a matemática, é destacado pelo autor no parágrafo 124 dos Investigações Filosóficas, "não é permitido à filosofia, de modo algum, atentar contra o uso efetivo da linguagem; no fim das contas, portanto, ela só pode descrevê-lo. Pois ela também não pode fundamentá-lo. Ela deixa tudo como está. Ela deixa também a matemática como está [...]" (Wittgenstein, IF, § 124).

A filosofia, como entendida por Wittgenstein, não dirige sua atenção para as imagens propriamente ditas, em uma busca pelos seus fundamentos, mas tão somente ao seu uso exclusivis-

ta, concebendo uma determinada interpretação do significado como um modelo universal. Segundo Moreno (1993, p. 41), "as imagens são atribuições habituais, ou "normais" da significação: é aquilo que dizemos ao nos interrogarem, é aquilo que diz o matemático a respeito dos fatos da Matemática etc." As confusões se instauram quando se privilegia uma determinada imagem em relação a outras, quando interpretações acerca da "objetividade e realidade dos fatos matemáticos" são feitas com base unicamente na concepção referencial do significado (Moreno, 1993, 2025).

Ao buscarmos saber qual é o significado de uma palavra, Wittgenstein nos propõe olharmos para os seus usos em diferentes jogos de linguagem (Wittgenstein, IF, § 66). Ao seguirmos essa indicação, veremos que há uma diversidade de usos, mais ou menos semelhantes entre si, tal qual os traços fisionômicos de uma família. Segundo o autor, "para uma *grande* classe de casos em que é utilizada – embora não para *todos* os casos – pode-se explicar a palavra "significado" da seguinte maneira: O significado de uma palavra é seu uso na linguagem:" (Wittgenstein, IF, § 43). O uso referencial é, deste modo, apenas um uso, dentre outros possíveis, sendo feito geralmente em processos de nomeação e em uma fase elementar do aprendizado da linguagem.

Diante destas considerações, retomando o exemplo inicial, os resultados da terapia filosófica mostram que a impossibilidade de imaginar a negação de '2+2=4' não decorre devido à limitação da nossa imaginação, mas de convenções sobre os usos de expressões linguísticas e as funções que desempenham em nossas formas de vida. "A necessidade aparece, assim, como uma propriedade regional relativa aos jogos de linguagem, e não como expressão de princípios *a priori* e nem de desígnios dos fatos naturais" (Moreno, 1993, p. 40). Desta forma, a necessidade e a verdade dos enunciados matemáticos não advêm de entidades matemáticas existentes em uma realidade platônica, empírica ou mental independente, mas de determinadas convenções relativas aos jogos de linguagem, com os quais usamos tais enunciados.

As confusões conceituais surgem na medida que se busca explicar a conexão entre linguagem e mundo, tendo como pano de fundo a aplicação dogmática da concepção referencial da linguagem, nossa visão parece ser obscurecida e deparamo-nos com uma situação inexplicável, como o 'milagre' considerado por Wigner. É como se o funcionamento da linguagem passasse a ser coberto por uma névoa, tornando impossível ter uma visão clara (Wittgenstein, IF, § 5). Essa neblina é dissipada, quando dirigimos nossa atenção para os usos que fazemos da linguagem, com a finalidade de obter uma visão panorâmica (Wittgenstein, IF, § 122).

MODELOS MATEMÁTICOS: ENTRE O EMPÍRICO E O GRAMATICAL

A noção de modelo é polissêmica, pode ser concebida de diferentes maneiras a depender do jogo de linguagem que é usado. Armatte (2006) levanta alguns destes usos em noções comuns a partir de dicionários: modelo como protótipo a ser reproduzido (modelo do pintor); como um arquétipo extraído a partir de determinadas características homogêneas de uma população (modelo de beleza, de santidade); como ícone, representando de forma simplificada um objeto ou fenômeno (modelo do pêndulo, modelo atômico); como estrutura formal lógico-matemática que representa um sistema (modelo matemático).

Nesta seção, apresentam-se usos do termo modelo e modelo matemático em três contextos: a partir de interpretações filosóficas da Ciência, da compreensão de modeladores profissionais da Matemática Aplicada e na Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Modelos a partir de intepretações filosóficas

Se considerarmos ideias associadas às interpretações de filósofos, que defendem uma abordagem semântica das teorias científicas, Suppe (1977) apresenta dois sentidos possíveis do termo modelo. O primeiro é denominado pelo autor como modelo matemático e diz respeito a uma interpretação semântica

de uma teoria científica, na qual os teoremas destas teorias são verdadeiros sob essa interpretação. O segundo é o modelo como modelo de alguma coisa ou tipo de coisa, como modelo de um avião, de um túnel de vento, entre outros, funcionando como um ícone daquilo que modela. A esse segundo tipo, Suppe refere-se como modelos icônicos.

Nesta passagem, os modelos matemáticos são usados pelos lógicos na interpretação de teorias científicas, fornecendo condições para julgar se as teorias são verdadeiras ou falsas. Para Suppes (1961), um modelo, na intepretação semântica, pode ser definido como uma entidade não linguística, constituída por uma estrutura formal expressa por meio da teoria dos conjuntos, como uma n-upla ordenada de objetos, relações e operações sobre esses conjuntos. Um modelo para os axiomas da mecânica clássica de partícula pode ser expresso como uma quíntupla , sendo um conjunto de partículas, um intervalo de números reais correspondentes aos intervalos de tempo, uma função posição definida no produto cartesiano e uma função força neste produto cartesiano (Suppes, 1961).

Ainda considerando a abordagem semântica, Gilbert e Justi (2016) argumentam que os filósofos consideram, em geral, que os modelos são representações da realidade, sendo a realidade entendida como "um conjunto fixado de objetos prontos para serem representados, e os modelos nos fornecem conhecimento ao oferecerem essa representação. Isso implica que o poder representativo de um modelo está associado ao grau de sua validade, à sua verdade" (Gilbert; Justi, 2016, p. 20, *tradução nossa*). Os autores destacam que a relação entre modelos e realidade como representação pode ser compreendida em termos de uma relação isomórfica[1] ou por similaridade[2].

1 "O isomorfismo é um tipo de mapeamento no qual um determinado modelo representa seu sistema-alvo se as suas estruturas matemáticas forem correspondentes entre si — isto é, se existir uma função bijetora que mapeie todos os elementos do domínio de uma estrutura nos elementos do domínio da outra estrutura e vice-versa, preservando as relações definidas em cada estrutura" (Gilbert; Justi, 2016, p. 20, tradução nossa).

2 "Similaridade é uma noção vaga associada à semelhança, implicando que um modelo possui propriedades similares a partes de um fenômeno do mun-

Morrison e Morgan (1999), diferentemente do uso tradicional na Filosofia da Ciência de representação como espécie de espelhamento de um fenômeno, sistema ou teoria por um modelo, concebem a representação como renderização: "uma representação parcial que abstrai ou traduz para outra forma a natureza real do sistema ou teoria, ou que é capaz de incorporar apenas uma parte de um sistema" (Morrison; Morgan, 1999, p. 27).

Para as autoras, os modelos podem ser entendidos como *agentes autônomos* e *instrumentos de investigação*, que nos permitem *aprender algo* sobre o mundo e sobre as teorias. A autonomia dos modelos se dá devido à forma como são construídos, não levando em conta somente aspectos da teoria ou somente do mundo, mas envolvendo ambos, bem como outros elementos (como analogias e equações matemáticas). Essa autonomia é essencial para que os modelos funcionem como um instrumento de investigação, como uma ferramenta ou tecnologia que permite aos cientistas explorar, aplicar teorias e realizar intervenções no mundo real. Ao serem entendidos como instrumentos, as autoras enfatizam que não se aprende muito apenas "olhando" para um modelo, mas manipulando-o e colocando em uso. Assim como o poder de uma máquina só se torna aparente em seu funcionamento, o poder informativo de um modelo é revelado através de sua manipulação (Morrison; Morgan, 1999).

Outro uso possível da noção de modelo matemático emerge após a Segunda Guerra Mundial, com o desenvolvimento de diversas áreas científicas (psicologia, sociologia, medicina, economia, entre outras), da computação e de novas áreas da matemática, especialmente da matemática aplicada. Evidenciam-se, assim, os modelos matemáticos para resolver problemas e construir teorias em diversas áreas científicas, para além da Física (Silva; Catelli, 2019).

do real (que podem estar relacionadas à sua aparência visual). A semelhança quase sempre caracteriza a relação entre representações físicas concretas e os objetos que elas representam" (Gilbert; Justi, 2016, p. 20, tradução nossa).

Modelos matemáticos no contexto da Matemática Aplicada

No âmbito da matemática aplicada, a construção e a análise de modelos matemáticos são caracterizadas em relação à modelagem matemática como prática científica. Henry Pollak (2012, 2015), matemático e um dos precursores a difundir a modelagem matemática na Educação Matemática, argumenta que o modelo matemático não se refere à situação do mundo real, mas a uma situação idealizada. Para o autor, avaliar o sucesso em modelagem matemática significa que o modelo idealizado deve fornecer resultados matematicamente corretos, mas também que façam sentido na situação que está sendo modelada (Pollak, 2015).

Em Cai et al. (2014), o matemático aplicado John A. Pelesko considerando a ideia de modelo como representação de algo, que não é esse algo em si mesmo, entende "modelo matemático como um modelo ou representação construída puramente a partir de objetos matemáticos (Cai et. al, 2014, p. 6, *tradução nossa*). Diante dessa definição, "a modelagem matemática é a arte ou o processo de construir uma representação matemática da realidade que captura, simula ou representa características ou comportamentos selecionados do aspecto da realidade que está sendo modelado" (Cai et. al, 2014, p. 6, *tradução nossa*).

Para Pelesko, os modelos matemáticos possuem um papel especial na hierarquia dos modelos, uma vez que possuem valor preditivo e epistemológico. O valor epistemológico consiste na ideia de que a modelagem matemática é um meio de conhecer. Já o preditivo, atribui aos modelos matemáticos um valor de destaque nas práticas científicas, pois podem substituir determinadas formas diretas de conhecimento, como a experimentação. "Um bom modelo matemático é, simultaneamente, um instrumento — como um microscópio ou um telescópio — que nos permite enxergar coisas antes ocultas, e uma ferramenta preditiva que nos permite compreender o que veremos a seguir" (Cai et. al, 2014, p. 6).

Para Bassanezi (2002) modelo matemático pode ser entendido como "um conjunto de símbolos e relações matemáti-

cas que representam de alguma forma o objeto estudado" (Bassanezi, 2002, p. 17, grifo nosso). Segundo o autor, do ponto de vista da Matemática Aplicada, a modelagem é um método de pesquisa que "alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura de entendimento da realidade que o cerca e na busca de meio para agir sobre e transformá-la" (Bassanezi, 2002, p. 17).

A obtenção de modelos matemáticos segundo o processo de modelagem matemática decorre inicialmente de um processo de *experimentação*, na qual ocorre a coleta de dados referentes a uma situação de interesse, seguida da *abstração*, em que há a elaboração de um recorte da situação inicial, a partir da identificação de variáveis, elaboração de hipóteses e simplificações. A construção do modelo matemático é realizada sobre esse recorte propriamente dito. Esse modelo matemático é manipulado na fase denominada *resolução*, com a intenção de buscar alguma solução para o problema formulado. O modelo matemático deve ser *validado* para verificar se dá conta dos fenômenos observados e se as hipóteses e simplificações elaboradas foram adequadas e condizentes com a situação. Por fim, na *modificação*, ocorre o confronto com a situação real em relação aos resultados obtidos com o modelo matemático e se necessário realizar modificações nas hipóteses.

Modelos matemáticos no contexto da Modelagem Matemática na Educação Matemática

Nos diferentes entendimentos e representações do fazer modelagem matemática na Educação Matemática Ärlebäck e Misfeldt (2017, p. 75) argumentam que eles se assemelham ao captarem, em algum sentido, a ideia de que "um modelo matemático é uma versão simplificada de algum aspecto da situação da realidade que é formalizado na matemática com o propósito de resolver uma situação-problema".

Lesh e Harel (2003) definem modelos como sistemas conceituais que geralmente tendem a ser expressos usando uma variedade de meios representacionais interativos, que podem envolver símbolos escritos, linguagem falada, gráficos baseados

em computador, diagramas ou gráficos em papel ou metáforas baseadas na experiência, com a finalidade construir, descrever ou explicar outros sistemas. Os modelos matemáticos, segundo os autores, se distinguem de outras categorias de modelos principalmente porque se concentram em características estruturais (em vez de, por exemplo, características físicas, biológicas ou artísticas) dos sistemas que descrevem.

Niss e Blum (2020) define modelo matemático como uma terna constituída por três componentes interdependentes . Nessa formulação, representa o domínio da realidade, englobando a situação do mundo real, o fenômeno ou o recorte empírico que se pretende investigar; constitui o domínio matemático, caracterizado por um conjunto de objetos, estruturas, equações e relações estritamente matemáticas; e consiste no "mapeamento" (não em um sentido estritamente matemático, uma vez que não é o caso de que cada objeto em D seja mapeado em um, e apenas um, objeto em M), atribuição ou função de tradução que conecta os elementos e as relações identificados em às entidades conceituais de . Para além de uma relação diádica entre modelo matemático e realidade, Niss e Blum (2020) ressaltam que a seleção de objetos em D que serão representados matematicamente não é um processo automático, mas depende de um ato consciente de um agente cognoscente que produz um determinado modelo para representar uma parte da realidade para alguns propósitos. A finalidade dos autores em definir o modelo como uma terna () é deixar claro que um modelo matemático não é somente uma coleção de entidades matemáticas, mas é um modelo de algo em um domínio extra matemático.

Na literatura que versa sobre a modelagem matemática na Educação Matemática, Sousa e Tortola (2021) argumentam que em diferentes vozes na literatura reverbera a ideia de modelo matemático como uma estrutura matemática que representa uma situação em estudo. Essa estrutura, de acordo com os autores, é "geralmente descrita por meio de linguagem matemática, símbolos e relações, cuja organização ao ser interpretada revela características e comportamentos da situação-problema sob in-

vestigação na atividade de modelagem matemática" (Sousa; Tortola, 2021, p. 3).

Com base em uma perspectiva wittgensteiniana, Sousa e Tortola (2021, p. 9) argumentam que um modelo matemático não pode ser entendido "como um fim em si só, mas é o que lança luz sobre o problema e viabiliza a explicação ou entendimento da matemática, de determinadas situações" (Sousa; Tortola, 2021, p. 5). A partir de um olhar para diferentes modelos matemáticos construídos para determinadas situações, os autores destacam que os modelos matemáticos se mostraram ora descritivos, ora prescritivos e ora preditivos. Essas características estão associadas a percepção de que os modelos matemáticos "aparecem com diferentes vieses e finalidades, pontuados por aspectos das atividades dos estudantes e de sua experiência com o mundo, e se colocam como um dos usos da matemática feitos para atribuir sentido às nossas experiências com o mundo" (Sousa; Tortola, 2021, p. 21).

SIGNIFICADO EM MOVIMENTO: CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS COMO JOGOS DE LINGUAGEM

Ao apresentar diferentes acepções e usos do termo modelo e modelo matemático em diferentes jogos de linguagem, é possível ver determinadas características que se assemelham e outras que se distanciam em relação ao modo como os modelos matemáticos são compreendidos na literatura e em práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

De acordo com as compreensões apresentadas, os modelos matemáticos ora se aproximam de uma imagem descritiva, como representação simplificada de uma realidade empírica (Bassanezi, 2002; Cai *et. al*, 2014; Doerr; Ärlebäck; Misfeldt, 2017; Kang; Noh, 2012; Lesh; Harel, 2003; Niss e Blum, 2020; Sousa; Tortola, 2021), ora de uma imagem normativa (gramatical), enquanto estrutura *a priori* utilizada para determinar se uma teoria científica é verdadeira ou falsa (Suppe, 1977) ou para prescrever e organizar determinados aspectos de um determinado

fenômeno ou prática (Sousa; Tortola, 2021). Dessa maneira, indo ao encontro de Sousa e Tortola (2021), não há uma única forma universal de conceber o que é modelo matemático, mas o seu significado dependerá do seu uso em um determinado contexto, de acordo com as intencionalidades dos sujeitos envolvidos.

Sob uma perspectiva wittgensteiniana, faz-se uma distinção entre dois tipos de proposições: empíricas e gramaticais. As proposições gramaticais têm função normativa, são regras convencionadas no interior de formas de vida e não são passíveis de verificação empírica, por exemplo, a proposição "toda vara tem um comprimento" (Wittgenstein, IF, § 251) trata-se de uma proposição gramatical, pois não faz sentido dizer o contrário. As proposições empíricas, por sua vez, são descritivas, podem ser falseadas pela experimentação empírica, por exemplo, a proposição "esta mesa tem o mesmo comprimento que a mesa acolá" (Wittgenstein, 2014, § 251) é uma proposição empírica, uma vez que é passível de uma verificação empírica. Como aponta Gottschalk (2004), as proposições gramaticais são regras convencionais nos fornecem os critérios do "que faz sentido dizer ou o que não faz sentido dizer" nos jogos de linguagem em que tais regras são aplicadas.

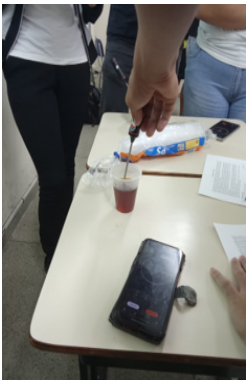
As proposições matemáticas assemelham-se aos usos que fazemos das proposições gramaticais da linguagem ordinária, elas são regras que, conforme Moreno (1995, p. 74), são usadas como "critério para selecionar – excluir ou admitir – outras proposições". A necessidade e a evidência dessas proposições, pondera esse autor, "não residem nos conteúdos expressos pelas proposições, mas nos usos que delas fazemos, na função que convencionamos reservar-lhes em nossos discursos" (Moreno, 1995, p. 79).

A ideia de que a *matemática descreve a realidade* é uma imagem que pode levar a confusões conceituais, quando não se tem claro as relações entre as proposições empíricas e as proposições matemáticas, bem como as diferentes funções que desempenham nas investigações científicas. Essas confusões podem surgir principalmente em decorrência do fato de que

muitas leis científicas são escritas e expressas em linguagem matemática.

Para avançar nessas reflexões, em diálogo com a sala de aula, consideremos como exemplo duas atividades que ilustram dois movimentos essenciais em práticas de modelagem matemática: a construção de análise de modelos matemáticos. A primeira atividade foi desenvolvida com ênfase na construção de modelos matemáticos em um curso de extensão que contou com a participação de estudantes de cursos técnicos integrados ao Ensino Médio em Informática, Mecânica, Eletrotécnica, Agroecologia e Meio Ambiente. A situação-problema que conduziu a atividade tinha como propósito estudar a temperatura do café em dois recipientes diferentes, uma xícara de porcelana e um copo plástico descartável. Utilizando dois termômetros culinários e cronômetros nos celulares, os estudantes coletaram dados a cada um minuto e registram numa tabela, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 - Exemplo de prática de modelagem matemática com ênfase na construção de modelos matemáticos



0	69,6	82,3	Variação discreta exponencial
1	66	77,5	
2	62	76,7	Variação discreta linear
3	59,7	72	
4	57,3	69,4	
5	55,2	67,2	Formulação discreta da Lei de Resfriamento de Newton
6	53,2	65,6	
7	52,1	62	
8	50,1	60,2	
9	49,1	58,8	
10	48,2	57,4	
11	47	56	
12	45,9	54,9	

Fonte: registros escritos dos alunos.

De posse dos dados coletados para doze minutos, tomando intervalos de um minuto, os estudantes inicialmente calcularam a variação discreta exponencial e a variação discreta linear para cada par de valores consecutivos da temperatura do café nos dois recipientes, com a finalidade de formular hipóteses acerca do fenômeno. Fundamentados na ideia de precisão, como os valores resultantes do cálculo da variação exponencial estavam menos dispersos em relação à média aritmética, do que os resultados da variação linear, os estudantes construíram inicialmente um modelo exponencial discreto. Para a xícara de porcelana, por exemplo, o desvio padrão amostral para os valores da variação exponencial foi de e de para a variação linear.

Contudo, após alguns questionamentos sobre o comportamento da temperatura do café no decorrer do tempo em relação a tendência de a função exponencial tender a zero, o professor apresentou aos estudantes a Lei de Resfriamento de Newton, que estabelece que a taxa de variação da temperatura de um corpo é proporcional à diferença entre a sua própria temperatura e a temperatura do ambiente.

Esta lei geralmente é trabalhada usando Equações Diferenciais Ordinárias, mas como esse tipo de conteúdo é algo comum no Ensino Médio, foi realizada uma construção discreta da função da temperatura do café em relação ao tempo, como mostra o Quadro 2.

Quadro 2 – Obtenção dos modelos matemáticos para a temperatura do café em relação ao tempo

Modelo exponencial discreto	Modelo discreto para a Lei de Resfriamento de Newton	
Seja $\frac{\Delta T}{\Delta t} = k.T$ com $\Delta t = 1$ e $k \in \mathbb{R}$. $\Delta T = k.T$ $T_{n+1} - T_n = k.T_n$ $T_{n+1} = k.T_n + T_n$ $T_{n+1} = T_n.(k+1)$ Com y_0 dado Por recursividade $T_1 = T_o(k+1)$ $T_2 = T_0.(k+1)^2$ . . . $T_n = T_0.(k+1)^n$	Seja $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \lambda.(T - T_a)$ com $\Delta t = 1$ e $\lambda, T_a \in \mathbb{R}^*$. $T_{n+1} - T_n = \lambda.(T_n - T_a)$ $T_{n+1} - T_n = \lambda.(T_n - T_a)$ Considere $y_n = T_n - T_a$, fazemos uma mudança de variável $(y_{n+1} + T_a) - (y_n + T_a) = \lambda.y_n$ $y_{n+1} - y_n = \lambda.y_n$ $y_{n+1} = y_n.(\lambda+1)$ Com $y_0 = T_0 - T_a$	Por recursividade $y_1 = y_0.(\lambda+1)$ $y_2 = y_0.(\lambda+1)^2$ . . . $y_n = y_o.(\lambda+1)^n$ Voltando para as variáveis originais $T_n - T_a = (T_0 - T_a).(\lambda+1)^n$ $T_n = (T_0 - T_a).(\lambda+1)^n + T_a$ Usando propriedade de logaritmos, podemos escrever: $T_n = T_a(T_0 - T_a).e^{n.\ln(\lambda+1)}$

Fonte: registros escritos dos alunos.

Um modelo matemático não é uma representação no sentido de um espelho do mundo, pois sua referência é uma situação idealizada, produzida a partir de hipóteses, simplificações e seleção de variáveis, como apontam Pollak (2012), Morrison e Morgan (1999) e Niss e Blum (2020), por exemplo. Sob o ponto de vista da filosofia de Wittgenstein e da epistemologia do uso de Moreno (2025), podemos dizer que as referências de um modelo matemático não são exteriores a linguagem, mas fazem parte de um jogo de linguagem, com suas próprias regras e modos de agir.

De acordo com Moreno (2025) elementos do mundo tornam-se parte da linguagem por meio de paradigmas, entendidos em Wittgenstein como "meios de representação', constituintes da linguagem, instrumentos de natureza linguística, embora não compostos de palavras: são normas que regulam as aplicações das palavras e, consequentemente, seu uso como nomes próprios como se fossem rótulos" (Moreno, 2025, p. 40). Um exemplo, aponta o autor, está associado às propriedades naturais

de objetos físicos, como comprimento, largura ou temperatura, "que são incorporadas no interior de uma descrição gramatical desde que sejam estabelecidas como regras para a aplicação de palavras, ou para a construção de técnicas de medição, de paradigmas" (Moreno, 2025, 53). Nesse sentido, medir a temperatura do café em diferentes recipientes é uma prática experimental que se estabelece em um jogo de linguagem, na qual há regras que orientam os usos de palavras como 'medir' e 'temperatura' e estabelecem padrões de medição de temperatura, por exemplo.

O papel da matematização é estabelecer uma ponte entre este jogo de linguagem (da situação-problema) e o da matemática utilizada para construir o modelo matemático. Para tanto, hipóteses e simplificações são realizadas, como de que a 'variação média da temperatura do café em relação ao tempo é proporcional a temperatura presente", que ao ser escrita matematicamente, produz a equação , com sendo a temperatura do café, o tempo e uma constante real.

A hipótese da variação exponencial foi elaborada tendo como argumento a ideia de precisão em relação aos dados experimentais. Contudo, esta hipótese é substituída pela Lei de Resfriamento de Newton, que leva em conta a temperatura ambiente como um aspecto que influencia no comportamento da temperatura do café em relação ao tempo. Dessa maneira, o critério da precisão nem sempre será o melhor critério para adotar um determinado caminho matemático. Pollak (2015) chama atenção para isso ao dizer que é preciso considerar tanto os aspectos matemáticos, quanto as características da situação-problema para obter sucesso na modelagem matemática.

Em relação à análise de modelos matemáticos, consideramos como exemplo uma atividade desenvolvida na disciplina Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias em um curso de Licenciatura em Matemática. A situação-problema proposta origina-se em uma prática experimental que busca testar se copo térmico para cerveja funciona. Para tanto, foram apresentados aos estudantes dados sobre a temperatura da cerveja no copo térmico e da temperatura ambiente a cada cinco minutos. O propósito da atividade era que os estudantes estudassem o fenô-

meno da temperatura a partir da análise do modelo matemático da Lei Resfriamento de Newton, formulado em uma Equação Diferencial Ordinária, de acordo com o Quadro 3.

Quadro 3 - Análise de um modelo matemático para a Lei de Resfriamento de Newton

Horário	Tempo (em min)	Temperatura da cerveja no copo térmico (ºC)	Temperatura Ambiente (ºC)
14:55	0	0,9	20,4
15:00	5	1	20,4
15:05	10	1	20,4
15:10	15	1,1	20,5
15:15	20	1,1	20,5

Problema:

Com base nessas informações, pergunta-se:

- Qual é a temperatura da cerveja no copo térmico em um instante qualquer?

- Por quanto tempo o copo térmico consegue preservar a temperatura da cerveja na faixa

de 0º a 4º C, considerada ideal para o consumo da cerveja do tipo Pilsen?

Modelo Matemático

$$= k\,(T(t) - Tm)$$

Fonte: registros escritos dos estudantes.

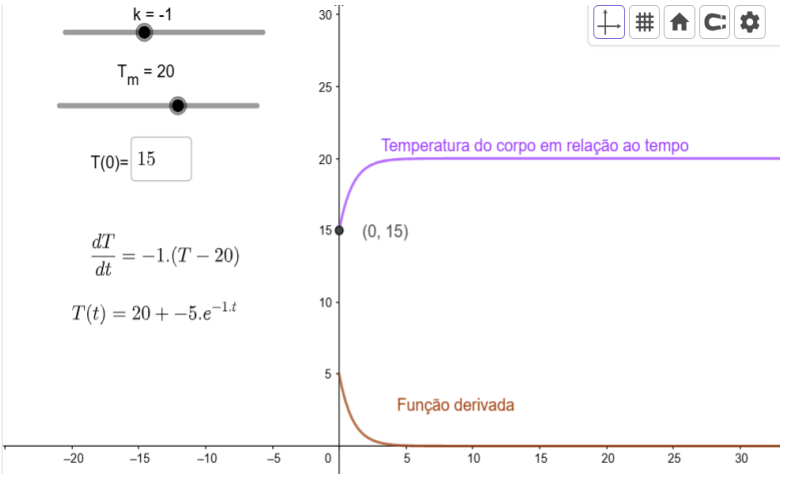
A análise do modelo matemático foi realizada inicialmente por meio da obtenção de uma solução para a Equação Diferencial Ordinária apresentada, em relação aos dados coletados, respondendo os problemas de forma algébrica. Em um segundo movimento, usando o *software* GeoGebra, a análise foi feita por meio de simulações de curvas da função da temperatura da cerveja e da derivada desta função, manipulando os valores dos parâmetros da temperatura ambiente, da constante de proporcionalidade e da condição inicial.

Diferente de uma investigação empírica baseada na ideia de verificar se uma determinada afirmação é verdadeira ou falsa e se ela pode ser considerada científica, como postula o empirismo lógico, a análise de modelos matemáticos, argumenta Niss e Blum (2020), não busca evidenciar se um modelo é correto ou incorreto, mas avaliar o quão adequado este modelo é para

atender o propósito para o qual foi formulado. Esta avaliação pode ser feita levando em conta diferentes aspectos: de forma *qualitativa*, com foco nas propriedades estruturais do modelo; *quantitativa*, confrontando os resultados quantitativos com os dados conhecidos; *comparativa*, em que o modelo matemático é comparado com outros modelos possíveis.

Na atividade exemplificada, os estudantes optaram por realizar uma análise qualitativa, visando compreender as implicações do modelo matemático para o fenômeno quando são alterados os valores da condição inicial e dos parâmetros (Figura 1). Ao fazer isso, cenários possíveis são elaborados para analisar o valor preditivo do modelo da lei de resfriamento de newton, por exemplo, para , , ou também para diferentes valores do parâmetro , conforme a Figura 1. Para cada cenário, os estudantes podem constituir determinadas formas de ver o fenômeno.

Figura 1 - Interface do GeoGebra para a análise qualitativa do modelo matemático



Fonte: os autores.

Outro aspecto é que a validação de um modelo matemático, como aponta Frejd e Bergstein (2018), é na opinião de modeladores profissionais extremamente difícil e requer uma negociação humana. Esta percepção corrobora com a ideia de que a modelagem matemática é uma atividade social (Kang; Noh, 2012), na qual as decisões de aceitar ou não um modelo matemático depende de acordos e convenções no interior de práticas sociais e não apenas da verificação empírica. Para Wittgenstein, "o uso de 'verdadeiro ou falso' tem algo de enganador, pois é como se disséssemos 'corresponde aos fatos ou não' e, no entanto, resta saber justamente o que aqui vem a ser 'correspondência'" (Wittgenstein, DC, § 199). Uma proposição ser "verdadeira ou falsa" depende de uma decisão a seu favor ou contra (Wittgenstein, DC, § 200). Mas qual seria a razão para tomar uma decisão desse tipo?

Na matemática, os enunciados matemáticos não são passíveis de serem verificados empiricamente, mas apenas por meio de provas matemáticas que ocorrem dentro de um sistema gramatical (RFM, VII, 31). A prova em matemática para Wittgenstein exerce um papel de convencimento e "aquilo de que me convence está expresso na proposição que provou" (RFM, VII, 72). A prova neste caso atua como imagem, é um instrumento para produzir convicção, e a proposição matemática, ao ser provada, nos diz "prossiga dessa forma!" (RFM, VII, 72).

É nesse sentido que Wittgenstein sugere ver a matemática como uma "rede de normas", a partir da ideia de que o matemático forma conceitos e "os conceitos nos ajudam a compreender as coisas. Correspondem a uma forma particular de lidar com as situações" (RFM, VII, 67). Sob essa perspectiva, Gottschalk (2023, p. 13) consideram que "distanciando-se de um mero jogo [de xadrez, por exemplo], a matemática pode ser vista como jogos de linguagem que eventualmente *organizam* a experiência empírica de determinadas formas, ou seja, parte da matemática pode ter *uso empírico* em determinados circunstâncias".

Sob uma perspectiva wittgensteiniana, os modos como organizamos nossa experiência, indagamos, questionamos, de-

cidimos, afirmamos e investigamos se baseia na nossa *Imagem de Mundo* (*Weltbild*), constituída por determinadas certezas adquiridas tacitamente no decurso da aprendizagem de outras coisas, quando, por exemplo, agimos. Nas palavras de Wittgenstein (DC, § 476), "as crianças não aprendem que há livros, que há poltronas, etc., etc., mas sim aprende a ir buscar livros, sentar-se em poltronas, etc,". No parágrafo 144, Wittgenstein argumenta que

> A criança aprende a acreditar num monte de coisas. Quer dizer, ela aprende, por exemplo, a agir de acordo com essas crenças. Pouco a pouco, forma-se um sistema de coisas em que se acredita, e, nele, algumas são incrivelmente firmes, outras estão mais ou menos sujeitas a alteração. O que é firme não o é porque seria em si mesmo óbvio ou evidente, mas, sim, porque é fixado pelo que está ao seu redor (Wittgenstein, DC, § 144).

As proposições que descrevem essa imagem de mundo não são exteriores às práticas linguísticas, como poder-se-ia pensar à luz da aplicação dogmática da imagem referencial do significado, mas desempenham um "papel semelhante ao das regras de um jogo, e o jogo também pode ser aprendido puramente na prática, sem qualquer regra explícita" (Wittgenstein, DC, § 95). Estas são proposições gramaticais, cuja força da necessidade não são propriedades delas mesmas, mas são determinadas pelo papel que desempenham nos jogos de linguagem, como "um eixo de rotação de um corpo em movimento giratório. Esse eixo não está fixo na medida que está preso por algo, é o movimento ao seu redor que o determina como imóvel" (Wittgenstein, DC, § 152).

Diante dessas considerações, na construção e na análise de modelos, as decisões que são tomadas e os movimentos que constituem os significados em relação à situação empírica e à matemática, estão alicerçadas em um sistema de referência. Esse sistema de referência pode valer ora de proposições empíricas dos jogos de linguagem na situação-problema modelada (como no caso da Lei de resfriamento de Newton na primeira atividade), ora de proposições matemáticas (como a função ex-

ponencial assintótica), ora de proposições que se constituem a *Imagem de mundo* do modelador (que no caso da sala de aula é o estudante). Como afirma Wittgenstein, "a verdade de certas proposições empíricas pertence ao nosso sistema de referência" (Wittgenstein, DC, § 83).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, apresentamos reflexões acerca do significado na construção e na análise de modelos matemáticos, em suas nuances com as noções de verdade e necessidade, com a finalidade de evitar a aplicação dogmática da imagem referencial do significado, em particular quando concebe-se a matemática como descrição do mundo empírico em discursos filosóficos e educacionais que visam reforçar a relevância da matemática, como corpo de conhecimentos neutros e verdadeiros, em investigações empíricas. Inspirados na atitude terapêutica de Wittgenstein, apresentamos alguns usos do conceito de modelo e de modelo matemático a partir de interpretações filosóficas sobre as ciências, de compreensões de pesquisadores e profissionais da matemática aplicada, da literatura que versa sobre a modelagem matemática na Educação Matemática. Nestes usos, dentre as ideias associadas a noção de modelo, reverbera-se os modelos (matemáticos) como representações idealizadas e simplificadas da realidade que ora podem assumir uma função gramatical na interpretação semântica de teorias científicas e ora um papel descritivo, visando descrever, prever ou prescrever fenômenos empíricos.

Conclui-se que os modelos matemáticos podem ser entendidos instrumentos investigativos do mundo, mas isso não se dá a partir de capacidade de representação parcial (Morrison; Morgan, 1999) ou de uma estruturação isomórfica ou analógica entre modelo e mundo, como preconizado por alguns filósofos da ciência, mas como instrumentos linguísticos que possibilitam articular proposições empíricas e gramaticais, na construção de uma forma de ver o mundo por meio da matemática. A construção e a análise de modelos matemáticos podem ser compreendidas como jogos de linguagem, nos quais os significados

se dão em movimentos de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e implicações (matematização) e de avaliação, validação e negociação (de-matematização), a partir de sistemas de referência que se constituem em nossa *Imagem de mundo*.

REFERÊNCIAS

ARMATTE, M. La noción de modelo en las ciencias sociales**. Empiria: Revista de Metodología de Ciencias Sociales**, Madrid, n. 11, p. 33-70, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BORBA, M. de C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. **For the Learning of Mathematics**, [S. l.], v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.

CAI, J. *et al.* Mathematical modeling in school education: mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. *In*: LILJEDAHL, Peter *et al.* (ed.). **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**. Vancouver: PME, 2014. v. 1, p. 145-172.

DOERR, H. M.; ÄRLEBÄCK, J. B.; MISFELDT, M. Representations of Modelling in Mathematics Education. In: STILLMAN, G., BLUM, W., KAISER, G. (Eds.). **Mathematical Modelling and Applications**: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer, Cham, 2017, p.71-81.

FREJD, P.; BERGSTEN, C. Professional modellers' conceptions of the notion of mathematical modelling: Ideas for education. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 117-127, 2018.

GILBERT, J. K.; JUSTI, R. **Modelling-based Teaching in Science Education**. Cham: Springer, 2016.

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Caderno de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, SP, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. Apontamentos para o ensino da matemática escolar sob inspiração wittgensteiniana. **Revista de Educação Matemática**, v. 20, p. 1-20, 2023.

KANG, O.; NOH, J. Teaching mathematical modelling in school mathematics. In: **12th International Congress on Mathematical Education**. 2012. p. 8-15.

KOYRÉ, A. **Estudos de história do pensamento científico**. Tradução de Márcio Ramalho. Rio de Janeiro: Forense Universitária; Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1982.

LESH, R.; HAREL, G. Problem solving, modeling, and local conceptual development. **Mathematical thinking and learning**, v. 5, n. 2-3, p. 157-189, 2003.

MORENO, A. R. **Wittgenstein**: através das imagens. Campinas: Editora Unicamp, 1993.

MORENO, A. R. **The epistemology of language use**: Wittgenstein and philosophical pragmatics. Edited by Cristiane Gottschalk, Paulo Oliveira and Rafael Azize. London: Bloomsbury Academic, 2025.

MORRISON, M.; MORGAN, M. S. Models as mediating instruments. *In*: MORGAN, M. S.; MORRISON, M. (ed.). **Models as Mediators**: Perspectives on Natural and Social Science. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. p. 10-37.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. London: Routledge, 2020.

POLLAK, H. O.. Introduction: what is mathematical modeling? In: GOULD, H.; MURRAY, D. R.; SANFRATELLO, A. (Eds.). **Mathematical Modeling Handbook**. Bedford: Comap, 2012. p. 8-11.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

SILVA, F. S. da; CATELLI, F. Os modelos na ciência: traços da evolução histórico-epistemológica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 41, n. 4, e20190029, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, . Modelos Matemáticos em Atividades de Modelagem Matemática: considerações a partir da filosofia

da linguagem de wittgenstein. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-25, 2021. Cruzeiro do Sul Educacional.

SUPPE, F. The search for a philosophical conception of scientific theories. *In*: SUPPE, F (ed.). **The structure of scientific theories**. 2. ed. Urbana: University of Illinois Press, 1977. p. 3-241.

SUPPES, P. A comparison of the meaning and uses of models in mathematics and the empirical sciences. *In*: FREUDENTHAL, Hans (ed.). **The concept and the role of the model in mathematics and natural and social sciences**. Dordrecht: D. Reidel, 1961. p. 163-177.

SKOVSMOSE, O. Crisis, critique and mathematics. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, [S. l.], n. 35, p. 1-16, Dec. 2019

WIGNER, E P. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. **Communications on Pure and Applied Mathematics**, New York, v. 13, n. 1, p. 1-14, Feb. 1960.

WITTGENSTEIN, L. **Remarks on the foundations of mathematics (RFM)**. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts; London, England, 1996.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações filosóficas**. Tradução, organização, apresentação e vocabulário crítico de Giovane Rodrigues e Tiago Tranjan. São Paulo: Fósforo, 2022.

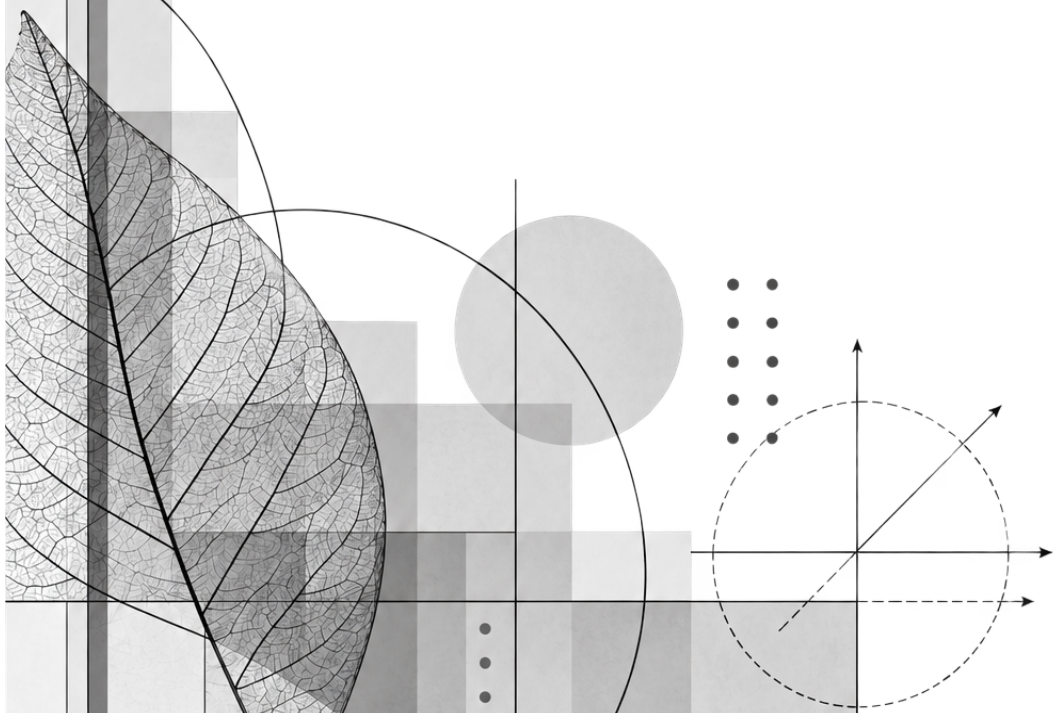
WITTGENSTEIN, L. **Da certeza (DC)**. Tradução de Maria Elisa Costa. Lisboa: Edições 70, 2000.

CAPÍTULO

6

SIGNIFICADO PARA O FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: EXPLORANDO UM CONTEXTO

Lourdes Maria Werle de Almeida
(Universidade Estadual de Londrina)
Robson Aparecido Ramos Rocha
(Secretaria de Estado da Educação do Paraná)



INTRODUÇÃO

O que significa *significado*? Iniciar o texto com esta pergunta é apenas uma provocação para dar entrada a uma discussão recorrente no campo da Educação Matemática nas últimas décadas: o significado e a aula de matemática. Não se trata de divagação inoportuna, uma vez que poderia se conjecturar que sua resposta existe e pode ser decorrente do que é possível entender ao ler o livro Significado do Significado[1] dos autores Charles Kay Ogden e Ivor Armstrong Richards, acadêmicos britânicos, lançado no ano de 1923. O interesse pelo tema, já naquela época, faria da obra um dos livros acadêmicos mais editados, chegando a sua décima edição ainda no ano de 1969.

Sem pretensão de ensaiar respostas, o presente capítulo visa trazer ao palco ideias sobre significado em aulas de matemática. Um caminho já vem sendo trilhado com formulações e discussões no cenário educacional. Particularmente, um aglomerado de encaminhamentos e deliberações foi reunido, a partir de várias décadas de estudo e pesquisa, na obra lançada em 2005 com o título *Meaning in Mathematics Education* (Kilpatrik et al., 2005). O que o livro mostra, no decorrer dos capítulos escritos por diferentes pesquisadores e professores envolvidos com a temática, é que diferentes embasamentos filosóficos, teóricos e epistemológicos podem dar o tom da discussão e evidenciar elementos diversos para se tratar de significado no âmbito da matemática. Em termos gerais, a partir das pesquisas e estudos aí apresentados, pode-se afirmar que o significado é uma construção complexa, dinâmica e multifacetada.

Essa construção, todavia, tem um caráter pessoal e com certo grau de subjetividade. Além disso, na sala de aula, ela também não é independente da atividade em que se subsidia essa construção. No presente capítulo discutimos essa construção no âmbito de atividades de modelagem matemática.

1 O livro com o título original *The meaning of meaning* foi traduzido para a língua brasileira em 1976.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Em termos gerais, a modelagem matemática pode ser entendida como uma atividade que tem como ponto de partida um problema, advindo de uma situação do mundo real, para o qual se busca entendimento por meio da matemática. Trata-se uma atividade dinâmica que transcende a resolução de problemas baseados em dados simulados ou inventados, visando à interpretação e à resolução de problemas em contextos de situações reais.

A modelagem matemática na Educação Matemática no Brasil consolidou-se entre as décadas de 1970 e 1980. Sua expansão se deu de forma abrangente, consolidando-se como temática reconhecida tendo, inclusive, evento científico dedicado ao tema desde 1999 (Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática – CNMEM) que acontece a cada dois anos em diferentes cidades brasileiras.

Com característica cíclica, realizar uma atividade de modelagem na sala de aula, implica em perpassar várias fases (ou etapas) sendo que cada uma tem especificidades relativamente às ações que atividades dessa natureza requerem. Essas fases são caracterizadas em Almeida, Silva e Vertuan (2019) como sendo: inteiração, matematização, resolução, interpretação, comunicação dos resultados.

A fase inteiração corresponde ao momento inicial em que o estudante tem seu primeiro contato com a situação-problema a ser investigada. Essa fase tem como objetivo a compreensão das particularidades do contexto em questão, por meio de observações diretas ou indiretas e da coleta de dados qualitativos e quantitativos. A inteiração orienta a formulação do problema e a definição de objetivos para sua resolução. Embora seja considerada a primeira fase, Almeida, Silva e Vertuan (2019) destacam que a inteiração pode se prolongar ao longo de todo o desenvolvimento da atividade, uma vez que novas informações podem surgir.

A fase matematização consiste na conversão da linguagem da situação real para a linguagem matemática para realizar descrições matemáticas. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan

(2019, p. 16), "essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração". Essa fase exige a abstração dos aspectos da situação-problema, transformando-os em estruturas matemáticas passíveis de análise.

A fase de resolução consiste na construção de um modelo matemático capaz de representar formalmente a situação-problema investigada. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2019), essa fase caracteriza-se pela construção do modelo matemático propriamente dito, com o objetivo de representar a situação de forma a possibilitar a análise de seus aspectos relevantes e responder às questões formuladas durante a investigação inicial.

A fase interpretação dos resultados e validação consiste na análise crítica da solução proposta, exigindo dos participantes uma avaliação sistemática para verificar a correspondência entre o modelo matemático desenvolvido e o contexto real investigado (Almeida; Silva; Vertuan, 2019). Ainda, segundo os autores, o processo de validação pode ser realizado mediante duas abordagens complementares: (1) análise das inferências geradas pela solução matemática obtida; ou (2) confrontação direta do modelo matemático com a situação-problema original, a fim de verificar sua aplicabilidade e coerência. Desse modo, a adequação do modelo não deve ser analisada exclusivamente pela precisão matemática em relação ao problema idealizado, mas principalmente por sua capacidade de representar fielmente a situação (Pollak, 2015). Além disso, essa fase crítica assegura que a abstração matemática mantém relevância e correspondência com o fenômeno real que motivou a investigação. Por fim, a fase elaboração de um relatório e comunicação de resultados, consiste na organização e sistematização das conclusões, descrição dos procedimentos adotados e comunicação clara dos resultados obtidos (Almeida; Castro; Silva, 2021).

As fases da modelagem matemática, embora apresentadas de forma sequencial em muitos modelos, são frequentemente revisitadas e interligadas pelos estudantes na prática, refletindo um processo dinâmico em que as ações dos estudantes estão

associadas entre si (Vertuan; Almeida, 2016). A especificidade de atividades de modelagem matemática, como apontado pelos autores, reside na prática constante de analisar o desenvolvimento da atividade em sua totalidade, o que demanda um contínuo engajamento cognitivo.

Assim caracterizada, o que se poderia deliberar sobre finalidades ou mesmo potencialidades da modelagem matemática na sala de aula? Entre as diferentes direções em que estas potencialidades podem ser pesquisadas, no presente capítulo a atenção volta-se para a temática: construção de significado em atividades de modelagem matemática.

SOBRE SIGNIFICADO E SUA CONSTRUÇÃO NA SALA DE AULA

A noção de significado, embora usada frequentemente de forma intuitiva e sem referência a uma teoria, é um tema central e, por vezes, controverso em diferentes áreas do conhecimento. Segundo Kutschera (1979), em um sentido amplo, as teorizações sobre *significado* poderiam ser agrupadas em duas grandes categorias: as realistas e as pragmáticas. De acordo com o autor, as teorias realistas tratam do significado como uma relação convencional entre signos e entidades concretas ou ideias que existem independentemente de uma representação. Segundo Godino e Batanero (1994), esta teoria realista se revela em autores que atribuem às expressões linguísticas apenas uma função semântica (denotativa ou nominativa) para designar certas entidades. Assim, na teoria denotativa que afirma que o significado é a referência a um objeto, parece que não existiriam dúvidas sobre o significado da palavra *caneta*, por exemplo. Bortolotti (2003), entretanto, questiona essa teoria, afirmando que ela não oferece dificuldade em se tratando de objetos ou coisas que de fato existem ou nos são acessíveis pela percepção física. Neste sentido, no entanto, poderíamos ponderar: Qual é o significado de *Passárgada*? e, no âmbito da Matemática poderíamos perguntar: Qual é o significado de *função*? Parece que respostas para estas duas perguntas não teriam espaço nesta perspectiva nominativa!

A segunda categoria, a das teorias pragmáticas, segundo Godino e Batanero (1994), tem duas características fundamentais: o significado dos signos depende do contexto em que são usados; negam a possibilidade de observação científica ou empírica das entidades abstratas, como conceitos ou proposições. O único aspecto observável é o uso linguístico. A partir de tal uso pode se fazer inferências sobre o significado.

Não obstante a essas categorias, o que se pode dizer sobre significado na aula de matemática não é independente do processo de construção de significado e das nuances que este processo envolve. De fato, segundo Ogden e Richards (1976), a palavra significado é utilizada em contextos diversos e com pressupostos distintos o que torna necessário um trabalho de clarificação conceitual antes de qualquer empreendimento teórico que pretenda lidar com questões semânticas. Assim, o autor percorre uma ampla gama de ideias e agregação de ideias cuja construção está fora dos alcances do presente capítulo.

Entre os elementos que caracterizam o significado em Ogden e Richards (1976) trazemos à luz aqui um deles: *o significado é o lugar de qualquer coisa dentro de um sistema*. Com esta assertiva, os autores pretendem defender a ideia de que o significado não é algo isolado, independente, mas "o significado de qualquer coisa terá sido apreendido quando foi entendido como relacionado a outras coisas ou tendo um lugar em algum sistema como um todo" (pp. 2023).

Esta acepção para o significado é de grande importância no âmbito da matemática e, em consequência, para a Educação Matemática. De fato, o conceito de *função*, por exemplo, adquire significado a partir de sua posição em um sistema: a natureza da função, o tipo de função, a relação que esta função visa expressar, entre outros. Neste sentido, o significado resulta de uma rede de ideias associadas.

Sob esta perspectiva, a construção de significado na sala de aula tem uma relação direta e forte com as atividades realizadas. Ou seja, há um movimento na construção de significado que está interligado à dinâmica da atividade realizada e o signi-

ficado, portanto, é produto da relação entre sujeitos e objetos demandada por essa atividade.

A INVESTIGAÇÃO DE UM CONTEXTO: MODELAGEM MATEMÁTICA NA AULA DE MATEMÁTICA

Explicitando o contexto e a atividade de modelagem matemática

Para discutir a construção de significado em atividades de modelagem matemática, vamos nos apoiar em pesquisa empírica realizada no decorrer do ano de 2025 com estudantes de uma turma de vinte e quatro estudantes de terceira série do Ensino Médio cujas aulas eram ministradas por um dos autores do capítulo. Na turma foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática em que os estudantes faziam grupos para a realização das atividades. Neste capítulo, apresentamos e discutimos dados de uma dessas atividades e dois grupos nela envolvidos (Grupo 1 e Grupo 2). Na apresentação dos dados, os estudantes são denominados , , , ..., , sendo os seis primeiros do Grupo 1 e os seis últimos do Grupo 2.

A atividade tem como tema *Ajuda na reforma: qual a melhor cortina para o meu colégio?* Sua estruturação de deu a partir da reforma do colégio que incluía a substituição das cortinas antigas das salas de aula. Com a remoção temporária dessas cortinas, um problema prático tornou-se evidente e deu origem à proposta. A ideia para a atividade de modelagem matemática emergiu, especificamente, da identificação de necessidade de cortinas, considerando a excessiva claridade, prejudicial à visualização da escrita no quadro e das imagens projetadas pelos instrumentos tecnológicos.

Para transformar essa situação em oportunidade de aprendizagem, a modelagem matemática neste caso visa obter resposta para a questão: *como podemos determinar a configuração ideal (relação custo-benefício) de cortinas para as janelas das salas de aula?* O objetivo era solucionar um problema real e, ao mesmo tempo, auxiliar

a direção na escolha da melhor cortina, equilibrando critérios como custo-benefício e considerando elementos importantes, como as dimensões e a opacidade do tecido, com base em uma investigação matemática conduzida pelos estudantes.

A realização da atividade na sala de aula

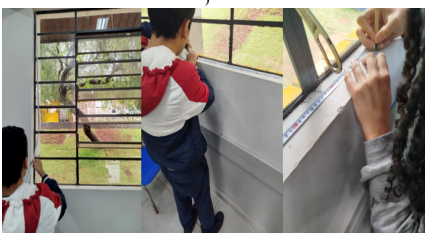
A inteiração com a temática foi mediada por um vídeo e um diálogo visando definir tipo de tecido e quantidade de cortinas. O colégio possui um total de salas. Em sua configuração arquitetônica, cada sala apresenta duas janelas, separadas por uma coluna, o que demanda um par de cortinas por janela. Portanto, a necessidade padrão seria de dois pares de cortinas por sala, totalizando 46 pares de cortinas.

O Grupo 1, conhecendo o número de salas, anota as informações e inicia-se um diálogo acerca de como irão resolver o problema.

E_2 *Já temos a quantidade de salas, agora precisamos saber as dimensões das janelas.*
E_5 *Podemos medir uma única janela e padronizar para todas.*
E_2 *Sim, pode ser. E os varões? Aqui não tem nenhum!*
E_3 *Eu acho que eles tiraram e guardaram para não extraviar.*
E_2 *Então vamos considerar que o colégio tem.*

Para a coleta de dados os estudantes realizaram as medições das janelas e aferiam as medidas 3,4m de comprimento e 1,4m de largura para cada janela, conforme ilustram as Figuras 1 e 2.

Figura 1 - Estudantes do Grupo 1 coletando os dados referente às dimensões das janelas



Fonte: Autores (2026)

Figura 2 - Estudantes do Grupo 2 coletando os dados referente às dimensões das janelas



Fonte: Autores (2026)

Segue-se então um diálogo entre os estudantes visando propor uma resolução para o problema:

E_2 *Eu acho que se usarmos a mesma medida da janela, vai ficar faltando tecido e não vai tampar a claridade.*

E_6 *Sim é verdade. No vídeo falou que para as janelas o ideal é* 1,80 *metros, mas eu acho que vai ficar sobrando muito aqui.*

E_5 *É mesmo vai ficar sobrando* 20 *centímetros para cima e* 20 *centímetros para baixo. Mas olha lá, o suporte para o varão não está a* 20 *centímetros* (estudante apontando para o suporte do varão em cima da janela).

E_3 *Vamos pesquisar os preços, aí a gente pode ver o que fica melhor.*

E_2 *Pode ser!*

Utilizando-se de aparelhos *smartphones*[2] para a pesquisa em sala de aula, os estudantes obtiveram a informação de que uma cortina de tecido Oxford lisa, de dimensões metros, tem o valor de R$ 82,90 e optaram por este tipo e tamanho de cortina para o seu estudo e avaliam o custo total mediante diálogo com o grupo:

2 Após comunicar a direção do colégio, foi solicitado aos estudantes, em uma aula anterior, para trazerem os aparelhos smartphones nesta aula para fins pedagógicos, em conformidade com a Lei nº 15.100/2025 que restringe o uso de celular nas escolas públicas e privadas.

E_6 *Podemos usar essa mesmo. 1,7 metros é suficiente para a janela, vai tampar bem.*

E_1 *Eu concordo. E é bom que ela tem 4 metros de comprimento. Vai ficar ondulado igual na imagem, fica mais bonito.*

E_5 *Eu pesquisei o que é Oxford e vi que é um tipo de tecido de 100% poliéster, é aquele tecido sintético que falou no vídeo que o professor passou, que dura bastante e bloqueia parcialmente a luz solar.*

E_5 *Vai ficar bom aqui na sala, e dura bastante. Sem contar o preço, que é bom.*

E_3 *Sim, mas tem o frete.*

E_2 *Mas o frete é baixo, só R$ 6,02.*

Na sequência, após constatar o preço e o frete, os estudantes desenvolveram o modelo matemático , em que C corresponde ao valor total gasto, p o valor de cada cortina e f o frete. Usando os valores obtidas na pesquisa, concluíram que o gasto total com as cortinas seria de R$ 3819,42. A fase de interpretação de resultados nesse caso, foi uma discussão com o professor e agentes da escola para ver a viabilidade desse valor entre as despesas da reforma escolar.

Os estudantes do Grupo 2, de modo análogo, mediram as janelas e pesquisaram preços. O grupo considerou das possibilidades: comprar a cortina pronta ou comprar tecido e mandar para a confecção, conforme ilustra o diálogo.

E_{10} *Vamos pesquisar o preço de tecido para fazer as cortinas ou da cortina pronta?*

E_7 *Acho que pode ser a pronta, porque se comprar o tecido acho que fica muito caro.*

E_{10} *Dá para a gente fazer os dois e depois comparar.*

E_9 *Sim. Vamos pesquisar os preços do tecido e da cortina pronta.*

Ao pesquisar o preço da cortina pronta, obtiveram o valor de pelo par de cortinas para uma janela, com medidas de metros, conforme indica a Figura 3. Já o levantamento acerca do preço do tecido e para confecção das cortinas, os estudantes selecionaram o tecido Oxford com medidas 10metros x 1,5m,

com custo de o rolo conforme indica a Figura 4 e discutiram, na sequência, acerca da mão de obra para a confecção das cortinas.

Figura 3 - Pesquisa de preços para cortina pronta



Fonte: Registro dos estudantes

Figura 4 - Pesquisa de preços do tecido



Fonte: Registro dos estudantes

Os estudantes pesquisam e encontram o valor de R$104,00 como custo mínimo do serviço R$156,00 e como valor máximo do serviço para a confecção das cortinas.

E_{10} *Aqui tem o valor médio de R$ 127,00. Mas eu acho que podemos usar o mínimo R$ 104,00, porque é para colégio, então eles vão fazer mais barato.*

E_{11} *Mas aí vai ser R$ 104,00 por janela? Vai ficar muito caro.*

E_{10} *Acho que podemos considerar o serviço como uma sala de aula inteira. Aí seriam um total de 23 serviços.*

E_{8} *No vídeo disse que o ideal seria pelo menos 1,80 metros para as janelas, mas o tecido é de 1,50 metros.*

E_{12} *Mas não encontramos de 1,80 metros. E vai dar certo para o comprimento da janela, se deixar 5 centímetros para o varão e 5 centímetros passando na parte de baixo da janela.*

E_{10} *É mesmo. Vamos manter esse tecido mesmo.*

Já na fase resolução, os estudantes calculam primeiro o custo total das despesas com a opção de comprar a cortina pronta. Como o frete é gratuito e não há custos adicionais, eles apenas multiplicam o valor de cada par de cortinas pela quantidade de janelas do colégio por meio do modelo matemático , obtendo o valor final de para as cortinas prontas. Em seguida, os

estudantes discutem como poderiam determinar os custos para a confecção da cortina.

E_7 *Como vamos saber o total de cortinas que a gente precisa mandar fazer?*

E_{10} *Podemos ver quanto de tecido que vai em uma janela e multiplicar por* 46 *janelas.*

E_{12} *Tem que somar com o valor da mão de obra também.*

E_{10} *Isso. E temos que ver qual vai ser a medida do comprimento do tecido para cada janela porque se usar o comprimento de mesma medida da janela, acho que vai faltar, porque o tecido fica ondulado.*

E_8 *Dá para gente usar o mesmo comprimento da cortina pronta que é de* 4 *metros, mas a altura tem que ser de* 1,5 *metros que é o tamanho do tecido mesmo.*

Neste momento, os estudantes calcularam a área de uma janela, considerando o comprimento de metros e altura de metros, o que resulta em . Em seguida, multiplicaram esse valor pelas janelas, totalizando de tecido necessário para confeccionar todas as cortinas. Considerando que cada rolo tem de tecido, os estudantes dividem o total de tecido necessário () por , obtendo rolos. Como a loja não comercializa frações de rolo, optam por adquirir rolos completos. Como cada rolo custa , ao multiplicar por , os estudantes determinaram que seriam necessários para compra de tecido para confecção das cortinas.

Após determinarem os custos com o material, os estudantes do Grupo 2 calcularam os custos com a mão de obra. Para isso, usaram o valor mínimo, de , obtido por meio da pesquisa na internet e a quantidade de salas, considerada nas hipóteses como serviço a ser realizado. Com isso obtiveram o custo de para a mão de obra pelo serviço e desenvolveram o modelo para a confecção das cortinas.

Após determinarem a diferença entre o custo das cortinas confeccionadas (pelas contínas prontas (), no valor de , na fase interpretação de resultados e validação e comunicação de resultados, os estudantes discutem acerca do que é mais vantajoso considerando a relação custo-benefício do problema inicial.

Diante dos resultados obtidos pelos Grupos 1 e 2, as resoluções propostas foram formalmente apresentadas à direção da escola, que, após análise e acolhimento das informações contidas nos estudos, optou pela aquisição das cortinas já prontas, conforme sugerido pelos modelos apresentados, viabilizando, assim, uma solução prática e alinhada às necessidades do espaço escolar.

Porque modelagem matemática: um significado construído

A construção de significado em atividades de modelagem matemática pode se centrar em diferentes elementos que se associam à realização de uma atividade dessa natureza na sala de aula. Exemplos desses elementos são: significado para *fazer* modelagem matemática na aula de matemática; significado das competências que se almeja desenvolver, significado para conceitos e procedimentos matemáticos que emergem com a realização da atividade, significado da modelagem matemática no currículo.

Considerando o entendimento para significado elencado no presente capítulo, de que *o significado é o lugar de qualquer coisa dentro de um sistema*, o significado que se busca identificar refere-se ao significado para o *fazer* modelagem matemática na sala de aula. Ou seja, o que se faz em atividades de modelagem matemática não é isolado de um contexto em que a atividade se dá bem como das finalidades com que esta atividade é realizada na sala de aula. Assim, na análise que se empreende sobre os dados, é para a busca de significado para este fazer modelagem que se identifica indicativos conforme aponta o Quadro 1.

De fato, a atividade de modelagem matemática, neste caso, tem um contexto bem definido: a reforma da escola. Além disso, também uma finalidade para a atividade está bem delimitada: apresentar uma configuração para a colocação de novas cortinas nas salas de aula. A atividade de modelagem matemática neste caso adquire significado a partir desse contexto e dessa finalidade.

O que o processo analítico revela é uma clarificação de ações que a dinâmica da atividade de modelagem matemática

associadas ao fazer modelagem matemática. Ou seja, o significado para o fazer modelagem matemática parece significar que os estudantes puderam se apropriar de um entendimento das demandas de uma atividade de modelagem matemática e como elas podem ser negociadas na sala de aula, considerando a interação entre o grupo e com o professor bem como com o apoio de dados que requerem um processo de coleta em um contexto real.

Quadro 1 - Indícios de construção de significado para o *fazer* modelagem matemática

Fragmentos dos diálogos	Entendimento dos diálogos	Efeitos para o significado do fazer modelagem matemática
G1_: Já temos a quantidade de salas, agora precisamos saber as dimensões das janelas. G1_: Podemos medir uma única janela e padronizar para todas. G2_: Bom, mas para saber a quantidade de cortinas teríamos que saber a quantidade de salas que precisam de cortinas. Posso contar, professor?	Os estudantes identificam as informações necessárias para a resolução do problema a partir do contexto real. A necessidade de quantificar e medir evidencia a compreensão de que o problema demanda dados empíricos para ser modelado.	O fazer modelagem requer definir um problema para uma situação da realidade e coletar dados reais sobre essa situação.
G2_: Vamos pesquisar o preço de tecido para fazer as cortinas ou da cortina pronta? G2_: Acho que pode ser a pronta, porque se comprar o tecido acho que fica muito caro. G2_: Dá para a gente fazer os dois e depois comparar.	Os estudantes reconhecem a necessidade de comparar diferentes possibilidades (cortina pronta vs. tecido para confecção). A pesquisa de preços e a coleta de informações sobre materiais e serviços revelam a busca por dados que fundamentem a análise de custo-benefício.	O fazer modelagem admite diferentes possibilidades para a resolução do problema.

G1_: Eu acho que se usarmos a mesma medida da janela, vai ficar faltando tecido e não vai tampar a claridade. G1_: Sim é verdade. No vídeo falou que para as janelas o ideal é 1,80 metros, mas eu acho que vai ficar sobrando muito aqui. G1_: É mesmo vai ficar sobrando 20 centímetros para cima e 20 centímetros para baixo. Mas olha lá, o suporte para o varão não está a 20 centímetros. G2_: No vídeo disse que o ideal seria pelo menos 1,80 metros para as janelas, mas o tecido é de 1,50 metros. G2_: Mas não encontramos de 1,80 metros. E vai dar certo para o comprimento da janela, se deixar 5 centímetros para o varão e 5 centímetros passando na parte de baixo da janela.	Os estudantes formulam hipóteses sobre as dimensões necessárias, considerando aspectos práticos como a necessidade de folga para instalação, caimento e vedação. A discussão sobre o vídeo e a observação do suporte do varão evidenciam a articulação entre o problema real e as suposições matemáticas.	O fazer modelagem matemática não é independente da formulação de hipóteses para orientar a resolução.
G1_: Bom então é só multiplicar o preço pela quantidade que precisa. G1_: Isso. Como já vem o par, é só multiplicar R$ 82,90 por 46. G1_: Ah, mas tem o frete também. Então temos que somar o frete. G2_: Podemos ver quanto de tecido que vai em uma janela e multiplicar por 46 janelas. G2_: Tem que somar com o valor da mão de obra também. G2_: Isso. E temos que ver qual vai ser a medida do comprimento do tecido para cada janela porque se usar o comprimento de mesma medida da janela, acho que vai faltar, porque o tecido fica ondulado.	Os estudantes desenvolvem modelos matemáticos para representar as relações entre as variáveis do problema. A identificação de variáveis (preço, quantidade de tecido, frete) e a construção de expressões algébricas evidenciam a sistematização matemática da situação. A comparação entre os modelos revela a percepção de diferentes caminhos de resolução.	O fazer modelagem matemática deve incluir uma sistematização mediada por uma estrutura matemática que consiste em um modelo matemático

G1_P: E agora, como podemos validar essa situação? G1_: Bom professor. A cortina atende as necessidades do colégio e é o melhor custo-benefício que a gente encontrou. G1_: E pelo preço, como não é tão caro, dá para comprar um par ou dois pares para fazer um teste em uma das salas. G1_: Sim, e se for boa, compra para as demais.	O professor questiona a validação, e os estudantes defendem a escolha com base em critérios: adequação das dimensões, custo e possibilidade de teste prático. A proposição de comprar um par para teste demonstra uma abordagem pragmática de validação contextual.	O fazer modelagem matemática precisa incluir a validação contextual e critérios de decisão que viabilizam a reflexão sobre a solução apresentada para ao problema.
G1_: E pelo preço, como não é tão caro, dá para comprar um par ou dois pares para fazer um teste em uma das salas. G1_: Sim, e se for boa, compra para as demais. G2_: Nós consideramos melhor adquirir as cortinas já prontas, por dois motivos. O primeiro é por que é mais barato e o segundo, é por que as cortinas compradas têm 1,70 metros de comprimento... G2_: Sim, se mandar fazer, além de ficar mais caro, vai demorar mais e ainda pode não ficar bom	Os resultados são interpretados e validados à luz do contexto original. A sugestão de teste prático evidencia a percepção de que o modelo matemático é uma ferramenta de apoio à decisão, mas que a validação final depende da realidade. A reflexão sobre o custo-benefício articula o resultado matemático com a viabilidade prática	

G2_P: Qual das duas opções que vocês consideram a melhor considerando a relação custo-benefício? E por quê? G2_: Nós consideramos melhor adquirir as cortinas já prontas, por dois motivos. O primeiro é por que é mais barato e o segundo, é por que as cortinas compradas têm 1,70 metros de comprimento. E assim como foi falado no vídeo, se a cortina ficar com um espaçamento na parte de baixo, fica mais bonito e controla melhor a claridade. G2_: Sim, se mandar fazer, além de ficar mais caro, vai demorar mais e ainda pode não ficar bom, porque a altura do tecido é quase da altura da janela.	O professor provoca a justificativa da escolha. Os estudantes comparam os custos e as dimensões, articulando a economia financeira com a funcionalidade estética e prática (altura da cortina). A decisão é ancorada em critérios objetivos relativos ao custo (preço da cortina pronta ou do material para confecção) e subjetivos relativos aos benefícios (aparência e eficácia) como sugere o problema inicial.	O fazer modelagem inclui a comparação de soluções e justificativa das escolhas.

Fonte: os autores.

CONSIDERAÇOES FINAIS

No presente capítulo busca-se lançar luz sobre a construção de significado para o *fazer* modelagem matemática na sala de aula. Com base teórica que reivindica que o significado não é isolado do contexto, mas é construído a partir da atividade inserida em um sistema, conforme apontam Ogden e Richards (1976), uma pesquisa empírica leva a deliberações relativamente ao significado do fazer modelagem matemática para estudantes de Ensino Médio.

A construção de significado nesse caso é indicada mediante nuances apontadas em diálogos dos estudantes entre si e com o professor para decidir sobre as ações pertinentes para a atividade de modelagem realizada. Por um lado, o contexto em que o problema a ser estudado emergiu e em que as finalidades da atividade foram sendo identificadas e consideradas pelos

grupos de estudantes, foram o gatilho para que as ações fossem fomentando a construção de significado. Por outro lado, o olhar para essas ações permite inferir que o fazer modelagem vai se configurando de modo que procedimentos relativos às diferentes fases, conforme aponta a literatura, foram sendo compreendidos pelos grupos.

Assim, às noções de significado discutidas em Almeida e Silva (2014), acrescenta-se aqui a de que a construção de significado em atividades de modelagem matemática é contextual e o fazer modelagem matemática passa a ser compreendido mediante as finalidades da atividade e seu papel na aula de matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2019.

ALMEIDA, L. M. W.; CASTRO, É. M. V.; SILVA, M. H. Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto. Alexandria (UFSC): **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 14, 383-406, 2021.

GODINO, J.D.; BATANERO, M.C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. RecherchesenDidactiquedesMathématiques, **Grenoble**, v.4, n.3, p.325-353, 1994.

KILPATRICK, J.; HOYLES, C.; SKOVSMOSE, O.; VALERO, P. **Meaning in Mathematics Education.** New York: Springer, 2005.

KUTSCHERA F. von. **Filosofía del lenguaje**. Madrid: Gredos, 1979.

OGDEN, C. K.; RICHARDS, I. A. **O significado de significado**: um estudo da influência da linguagem sobre o pensamento e sobre a ciência do simbolismo. Tradução de Álvaro Cabral. Segunda edição. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (ed.). **Mathe-**

matical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

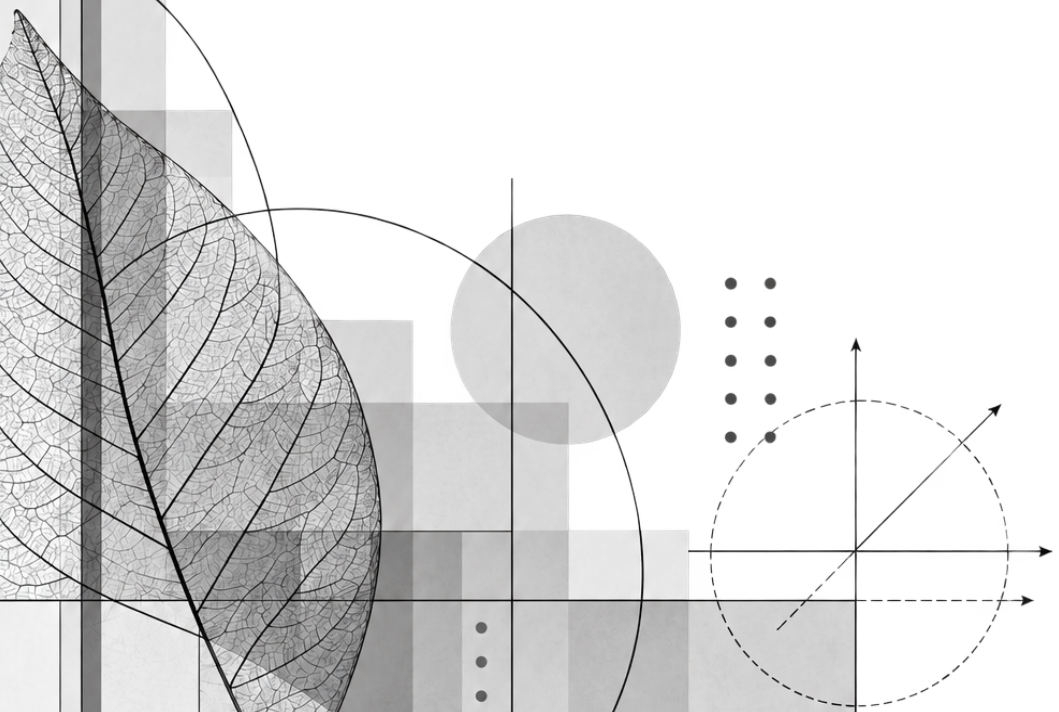
VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem Matemática. **Boletim de Educação Matemática - BOLEMA (Rio Claro)**, v. 30, n. 56, p.1070-1091, 2016.

CAPÍTULO

7

SIGNIFICADO PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA POR PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA
(Universidade Tecnológica Federal do Paraná)



INTRODUÇÃO

A qualidade da aprendizagem dos alunos depende, na maior parte, da qualificação de seus professores. Neste sentido, o desenvolvimento das competências e das habilidades dos alunos durante sua vida escolar, recai sobre os professores. Algumas abordagens metodológicas têm contribuído para o desenvolvimento dessas competências e habilidades. Dentre elas, temos nos dedicado a investigar contribuições da modelagem matemática, "uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático" (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 9).

No Brasil, em alguns cursos de formação inicial, a modelagem matemática tem sido discutida como disciplina, porém pode não ser suficiente para preparar os professores para implementar práticas em sala de aula. Neste contexto, cursos de formação continuada podem se configurar em espaços coadunando teoria e prática (Borromeo Ferri, 2018), em que é assegurado aos professores estudos teóricos, articulados ao desenvolvimento de atividades de modelagem como modeladores, além de experiências práticas em sala de aula em que a modelagem figura como uma potencialidade para se ensinar matemática. Neste sentido, a questão de ordem é: professores preparados implementam práticas em sala de aula!

Com isso, corroboramos Almeida e Silva (2015) que orientam o experienciar do professor com a modelagem matemática seguindo três eixos de formação: aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem. Defronte desses eixos de formação, entendemos que o professor pode se sentir convidado, encorajado, preparado e confiante de que práticas com modelagem podem resultar a introdução, o desenvolvimento e a aplicação de conteúdos presentes na matriz curricular.

Notadamente, se na formação inicial o professor não foi preparado para ensinar usando modelagem matemática, possivelmente não se sentirá confortável para implementá-la em suas aulas. Com isso, temos estruturado um ambiente de formação

continuada no âmbito de uma disciplina de pós-graduação subsidiado nos eixos supracitados.

Ao findar a referida formação, podemos nos questionar: O que ficou para o professor submetido aos eixos de formação? É neste contexto que este capítulo se insere. Ao considerar o que ficou, podemos lançar um olhar para as ações dos professores ao modelar uma situação-problema. Com isso, buscamos trazer reflexões para a questão: *Que aspectos da modelagem matemática ficam evidentes quando professores em formação continuada desenvolvem uma atividade em que são responsáveis por seu encaminhamento?* Com isso, entendemos a possibilidade de delinear um Significado em Movimento na formação de professores de modo que diálogos com a sala de aula possam ser realizados.

As investigações sobre o significado se articulam a aparatos semióticos de Charles Peirce uma vez que coloca em foco a cognição, que diz respeito ao processo contínuo de geração de signos (semiose). A cognição se estrutura na ação do signo em representar o objeto por meio da produção de novos signos na mente do intérprete.

Ao adotar uma formação de professores, em que atividades de modelagem matemática são desenvolvidas de forma conjunta, olhares diferenciados para uma situação-problema podem trazer à tona aspectos teóricos e práticos sobre a modelagem (objeto), de modo que a cognição e, consequentemente, a atribuição de significado sejam evidenciados nas ações docentes. De fato, "se um signo tem qualquer modo de ser ativo, ele é materialmente incorporado (ou, ao menos, é resultado de uma operação anterior com signos materialmente incorporados)" (Queiroz; Atã, 2018, p. 46). A familiaridade com os signos diz respeito à intencionalidade que o intérprete tem para com o objeto, progredindo na cognição.

Com isso, nosso foco está na última atividade desenvolvida por professores em formação continuada, em uma disciplina de um programa de mestrado profissional em Ensino de Matemática, em que a familiaridade com os termos e as expressões da modelagem matemática já estariam estruturados.

Considerando os apontamentos anteriores, organizamos esse capítulo em outros cinco tópicos. O quadro teórico sobre a formação de professores em modelagem matemática e a semiótica peirceana fundamentado nos nossos interesses de análise é apresentado nos dois tópicos subsequentes. Estes são seguidos da estrutura do ambiente de formação em modelagem e dos encaminhamentos metodológicos, para, então apresentarmos a descrição e a análise das atividades desenvolvidas por dois grupos de professores. Finalizamos o capítulo com algumas ponderações.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Nosso entendimento sobre modelagem matemática está alinhado ao de Almeida (2018, p. 20), segundo a qual, trata-se de uma alternativa pedagógica que constitui um modo próprio de busca por "uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade e inclui a construção e validação de um modelo matemático". Corroboramos Ärlebäck (2025, p. 224), ao afirmar que o "modelo matemático é uma tríade composta por uma situação ou domínio extra matemático, um domínio matemático e um mapeamento que conecta esses dois domínios".

Os desdobramentos para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem podem depender da intencionalidade do professor. Porém, como em toda abordagem a ser realizada em sala de aula, há a necessidade de preparar o professor para que práticas sejam implementadas.

A implementação de atividades de modelagem exige aprendizado do professor sobre o conteúdo matemático, sobre as maneiras como os alunos desenvolvem e representam suas ideias e, além disso, sobre novas maneiras de interagir com os alunos, colocando o foco na escuta, na observação e na elaboração de perguntas, fazendo com que os alunos esclareçam suas ideias. A formação de professores em modelagem matemática tem sido temática recorrente dos membros do GT 10 – Mode-

lagem Matemática – da SBEM. Essa constatação também se faz presente na International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA). Segundo Galbraith (2024, p. 138), estão na agenda da comunidade interesses como:

> identificação e papel dos facilitadores no ensino e na aprendizagem da modelagem; necessidades em termos de preparação e suporte de professores; um foco no papel que a 'autenticidade' desempenha ou deveria desempenhar no design e implementação de tarefas; como a pesquisa pode e/ou deve ser direcionada para avançar na área; e tecnologia como uma provisão facilitadora ao longo de todo o processo de modelagem.

Com relação à preparação e ao suporte de professores, há diferentes configurações para a formação em modelagem presentes na literatura: constituição de comunidades de prática (Braz, 2017); organização de seminários e workshops (Borromeo Ferri, 2018); participação em grupos de estudos (Malheiros; Souza; Forner, 2021); estruturação de três eixos de formação – aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem (Almeida; Silva, 2015). Dessas diferentes configurações, nos apoiamos nos três eixos de formação.

No eixo *aprender sobre modelagem* objetiva-se abordar com os professores em formação sobre o que é modelagem matemática e a existência de diferentes entendimentos para caracterizá-la na literatura. O eixo *aprender por meio da modelagem* é subsidiado por aspectos relativos ao como fazer modelagem, em que os professores em formação desenvolvem atividades como modeladores. Já o eixo *ensinar usando modelagem* se constitui na implementação de uma ou mais práticas com modelagem, cujo planejamento é realizado de forma coletiva, em que o objetivo repousa no saber como orientar o desenvolvimento de uma atividade. Por meio da prática, "os professores da Educação Básica podem vivenciar, discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades" (Malheiros; Souza; Forner, 2021, p. 15).

A adoção de uma formação em modelagem, considerando os eixos mencionados, coloca o professor na centralidade das

discussões, em que compartilha diferentes conhecimentos, tais como matemáticos, extra matemáticos e pedagógicos. Os compartilhamentos dos conhecimentos são mediados pela geração de signos de modo que um enfoque semiótico seja revelado, e nos permita evidenciar a atribuição de significado para a modelagem matemática. Trata-se, portanto, de focar a atenção sobre o que os professores dizem, gesticulam e registram quando da imersão em um ambiente de formação.

SIGNIFICADO NA SEMIÓTICA PEIRCEANA

A semiótica peirceana tem sido articulada às pesquisas em Educação Matemática, baseadas na análise, na interpretação e na produção de signos (Otte, 2006; Yoon; Miskell, 2016; Ramos; Almeida, 2021). Esses empreendimentos são articulados, uma vez que a semiótica peirceana é "uma teoria sígnica da cognição" (Santaella, 2021, p. 26), evidenciando a atribuição de significado, via processo de geração de signos.

Os signos constituem meios que um intérprete utiliza para expressar os interpretantes, que são signos criados em sua mente, para se referir, indicar ou representar um objeto. Considerando a relação triádica que o signo estabelece consigo mesmo, com o objeto e com o interpretante, três tricotomias são estabelecidas na semiótica peirceana:

> [...] primeiro, de acordo com o fato de o signo em si ser uma mera qualidade, um existente real ou uma lei geral; segundo, o fato de a relação do signo com seu objeto consistir em o signo ter algum caráter em si mesmo, ou alguma relação existencial com esse objeto, ou em sua relação com um interpretante; terceiro o fato de seu interpretante o representar como um signo de possibilidade, ou como um signo de fato, ou um signo de razão (Peirce, 1998, p. 291).

A ação do signo de ser interpretado, de gerar interpretantes (semiose), consiste no efeito cognitivo que o signo produz sobre um intérprete. Neste sentido, a ação do signo é determinar um interpretante. O interpretante é a representação mental da

cognição e somente é acessível por meio da produção de signos que podem ser interpretados em novos signos (interpretantes) em uma rede de semiose ilimitada. Ou seja, "toda cognição é um signo mental que pode ser traduzido em um outro signo ou que pode ser interpretado como tal" (Santaella, 2021, p. 26).

O ato de traduzir um signo em outro está enraizado "com tudo aquilo que muito amplamente chamamos de realidade" (Santaella, 2007, p. 45), da experiência que o intérprete relaciona com os fenômenos que o rodeiam, bem como dos meios utilizados para estabelecer essa relação. A geração de interpretantes se vincula ao que já sabemos, ao que já experienciamos, tanto do signo quanto do objeto ao qual estamos diante.

No contexto da formação de professores, a troca de ideias e experiências geram signos interpretantes, num processo de semiose, tanto com relação ao que estão estudando quanto com as práticas de sala de aula, de modo que angústias e obstáculos são compartilhados e discutidos. Com isso, é importante abrir espaço para ouvir e analisar atividades desenvolvidas pelos professores em que a cognição se configura como um processo semiótico e experiencial a evidenciar a atribuição de significado pelos intérpretes ao objeto em investigação. Em nossa investigação, o foco está na formação continuada de professores que ensinam matemática e que revelaram, por meio das experiências constituídas neste ambiente, a cognição no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

O AMBIENTE DE FORMAÇÃO E CONSIDERAÇÕES PARA A PESQUISA

A disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná tem carga horária de 45 horas e, desde sua implementação, em 2016, está organizada seguindo os eixos de formação propostos por Almeida e Silva (2015). Geralmente é ofertada no primeiro semestre e os encontros ocorrem semanalmente, com três horas de duração.

No ano de 2026, a disciplina foi ministrada no período de 13 de março a 10 de julho a treze professores. Durante esse período, foram estudados textos científicos, que estabeleciam relações teóricas articuladas a uma ou mais atividades de modelagem; bem como desenvolveram sete atividades como modeladores, sendo que a Atividade 7 ficou sob a responsabilidade de os professores que, em grupos, escolheram as temáticas para serem investigadas; além disso, foram planejadas e implementadas treze práticas.

Os professores aceitaram participar da pesquisa e assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido para que os encontros fossem gravados via áudio e vídeo, bem como seus registros fossem recolhidos e utilizados em resultados de artigos acadêmicos. Para manter o anonimato, os participantes foram referenciados no corpo do texto com nomes fictícios e a professora da disciplina por Prof.

Neste artigo, optamos por analisar os registros da Atividade 7, última atividade desenvolvida por dois grupos. O Grupo 1 escolheu investigar sobre o rendimento de sucos de frutas; o Grupo 2 investigou a proporção da imagem projetada com a real de um projetor. Todo o desenvolvimento das atividades aconteceu nos Encontros 14 e 15.

Considerando inferir sobre a atribuição de significado para a modelagem matemática no âmbito de um ambiente de formação continuada de professores, nos debruçamos em trazer para o debate reflexões para a questão: *Que aspectos da modelagem matemática ficam evidentes quando professores em formação continuada desenvolvem uma atividade em que são responsáveis por seu encaminhamento?* A análise é de caráter qualitativo e de cunho interpretativo, subsidiada no quadro teórico da modelagem matemática e da atribuição de significado na semiótica peirceana, via estruturação de uma Árvore de Associação de Ideias (Spink, 2013), conforme apresentamos no próximo tópico.

SIGNIFICADO PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA NAS AÇÕES DOS PROFESSORES

Ao final do 12º encontro da disciplina, a Prof comentou que os professores teriam de escolher uma situação-problema para ser investigada e chegar a uma solução para o problema delineado. Neste mesmo encontro, o professor Getúlio apontou para o projetor instalado no teto da sala e falou: *vamos analisar a distância do projetor e a relação do tamanho da imagem projetada com a real?* A Prof sugeriu que ele especificasse a abordagem que idealizou para os colegas no grupo de um aplicativo de mensagens instantâneas – o WhatsApp – da turma (Figura 1). Porém, nem todos os professores foram convencidos a abordar a situação, como apresentam as sugestões de Luana e Maria (Figura 2).

Figura 1 - Temática de Getúlio

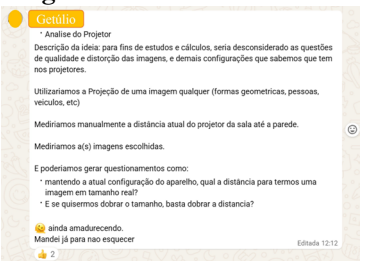
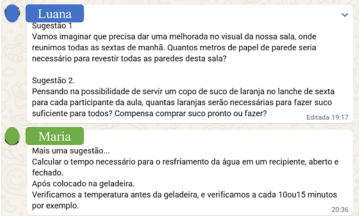


Figura 2 - Temáticas de Luana e Maria



Fonte: Excertos das mensagens no WhatsApp (2026).

Na apresentação da temática, Getúlio indicou procedimentos relacionados ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Desde o início, Getúlio indicou simplificações quanto à qualidade de projeção das imagens pelo projetor a ser investigado; estruturou encaminhamentos para a coleta de dados empíricos, como a coleta de medidas de distâncias e delineou dois problemas: (1) mantendo a atual configuração do aparelho, qual a distância para termos uma imagem em tamanho real? (2) e se quisermos dobrar o tamanho, basta dobrar a distância? Encaminhamentos semelhantes foram revelados nas sugestões de Maria, que indicou de que modo poderiam produzir

os dados quantitativos para "Calcular o tempo necessário para o resfriamento da água em um recipiente, aberto e fechado". Luana, por outro lado, apresentou de antemão dois problemas a serem investigados, cujos dados teriam de ser produzidos, considerando o grupo de professores e a sala em que frequentavam a disciplina, porém, não apresentou indícios de como proceder.

Tanto Getúlio quanto Maria, no delineamento de temáticas para serem investigadas representaram suas ideias por meio de signos traduzidos em outros que poderiam "ser interpretados como tal" (Santaella, 2021, p. 26) pelos colegas. Podemos evidenciar pistas de atribuição de significado com relação à uma investigação cuja coleta de dados poderia ser realizada empiricamente.

Considerando o interesse em desenvolver a atividade em encontros da formação, a Prof fez uma enquete com as temáticas sugeridas pelos professores, em que duas situações-problema foram consideradas para a investigação e foram desenvolvidas cada qual por um grupo de professores – o rendimento de sucos de frutas (Grupo 1), sugerida por Luana; proporção da imagem projetada com a real de um projetor (Grupo 2), sugerida por Getúlio.

No 14º encontro da disciplina, no dia 03 de julho, os professores se organizaram nos grupos que escolheram trabalhar e, utilizando os equipamentos que poderiam utilizar, delinearam de forma conjunta os procedimentos a serem realizados.

O Grupo 1, formado exclusivamente, por sete professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tinham à sua disposição ¼ de melancia, um abacaxi inteiro e um pacote com, aproximadamente, 2 kg de laranja, além da nota fiscal das frutas que foram compradas no dia 03 de julho em um hipermercado próximo à universidade e de equipamentos elétricos, como balança, espremedor de laranjas e liquidificador. O início da coleta de dados foi permeado pelas escolhas dos procedimentos a serem realizados:

> Sabrina: Gente, mas o que vamos fazer agora com as frutas?

Maria: Vamos trabalhar no que a Luana sugeriu que é fazer os sucos.

Élida: Mas pensar na quantidade de copinhos por pessoa da turma? Todos, até o grupo dois?

Edna: E se a gente determinar quanto precisamos para fazer um litro de suco?

Maria: E como faríamos, alguém tem alguma sugestão? Prof, pode nos ajudar?

Prof: O que vocês querem investigar?

Léia: A gente quer saber quanto de fruta a gente precisa para fazer um litro.

Prof: E o que precisam fazer?

Ana: Eu acho que a gente tem de fazer o suco.

Prof: Muito bem!

Maria: Vamos fazer tudo?

Luana: Eu acho que temos de fazer [pega o pacote de laranjas e começa a cortar].

Léia: Mas a gente nem vai medir a massa?

Sabrina: Olha aqui na nota fiscal, tem a massa do pacote de laranjas. Quantas laranjas têm aí Luana? Fala para mim Luana, que anoto aqui.

Léia: Vamos medir as coisas. Prof, a gente pode medir a fruta toda, a polpa e a casca né?

Prof: Se acharem que tudo é relevante.

Léia: Sim, para até sabermos quanto, de fato rende.

No excerto supracitado, ficou evidente que o grupo elencou um problema a ser investigado: *Quantos quilogramas de fruta são necessários para produzir um litro de suco?* Ao explicar sobre os procedimentos que poderiam ser realizados para apresentar uma solução para esse problema, o Grupo 1 revelou processos cognitivos relativos à "intimidade prévia com aquilo que o signo

denota" (Peirce, 1998, p. 61): do rendimento a partir da manipulação de todas as frutas, por meio de simplicações, considerando que todas teriam o mesmo comportamento, ou seja, a mesma produção.

As professoras, então se organizaram em subgrupos, para realizar os procedimentos de coleta de dados: mediram as massas das frutas antes de serem preparadas, mediram as massas das cascas das frutas e, após o preparo, determinaram o rendimento de suco, anotando os valores. Durante a coleta, necessitaram estabelecer algumas ações e hipóteses:

> Maria: Olha aqui Luana [mostrando uma laranja], você não espremeu direito.
>
> Luana: Esta estava seca.
>
> Sabrina: Então a gente tira ela do total das doze, Prof?
>
> Prof: O que vocês acham?
>
> Léia: Mas nem todas as laranjas são iguais, não têm a mesma quantia de suco, a gente pode pegar o total de massa ou de litros e dividir por doze mesmo e daí a gente fala que é uma média. É a hipótese. Até mesmo porque quando se compra a laranja, elas são diferentes no tamanho. Dava para a gente investigar coisas sobre a laranja, medi-las nas dimensões e na produção de suco uma por uma, mas a Luana já fez tudo.
>
> Élida: Mas a gente quer saber o rendimento.
>
> Edna: Dá para calcular quanto custou o litro de suco de cada fruta também, pegando aqui na nota fiscal que a gente tem do mercado.
>
> Maria: Gente, o abacaxi não bate. Vamos ter de colocar água.
>
> Léia: Coloca de pouco em pouco.
>
> Maria: Nunca bati sem água [liga o liquidificador e se surpreende].

A produção de dados, via experimentação, para subsidiar a hipótese sobre o rendimento das frutas, em especial a laran-

ja, proporcionou "estender certas habilidades, criando novas competências, mudando a forma de estruturar e resolver problemas" (Queiroz; Atã, 2018, p. 46). De fato, nem todas as frutas produzem a mesma quantidade de suco. Os resultados da experimentação se configuraram como signos para um possível objeto matemático a ser ajustado para os dados quando do cálculo da proporcionalidade para estimar a quantidade necessária para a produção de 1 L de cada suco. A Figura 3 apresenta os procedimentos adotados pelo grupo para a melancia que foram replicados para as outras frutas, considerando as especificidades quanto à obtenção do suco.

Figura 3 - Produção de dados quantitativos do Grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa (2026).

O acordo estabelecido entre as integrantes do grupo possibilitou a coleta de dados em que valores unitários foram associados a medidas de massa e de capacidade dos quais puderam apresentar uma solução ao problema do rendimento das frutas. Todavia, uma nova possibilidade de investigação foi elucidada por Edna: *Dá para calcular quanto custou o litro de suco de cada fruta*

também, pegando aqui na nota fiscal que a gente tem do mercado. Com isso, um novo problema foi atribuído à investigação: *Quantos quilogramas de fruta são necessários para produzir um litro de suco? E qual valor de cada litro produzido?*

O grupo, então, incutiu na investigação a nova questão de modo a caminhar "da introdução de uma ideia que não estava contida nos dados e que produziu conexões que estes dados, de outro modo, não teriam" (Peirce, 2005, p. 17), em que um interesse em investigar que foi compartilhado por Edna se tornou relevante para complementar o que estavam estudando. Na comunicação, ocorrida no 15º Encontro, as professoras mencionaram que os resultados obtidos (Figura 4) eram restritos à investigação realizada, com as frutas e os valores daquele hipermercado naquela data da compra.

Figura 4 - Solução do problema investigado pelo Grupo 1

Tabela da quantidade de quilogramas de frutas para 1 litro concentrado

Fruta	Litros	Kg	Valor (Kg)	Valor (total)
Abacaxi	1	1,449	9,99	13,32
Melancia	1	1,1377	3,99	5,49
Laranja	1	2,296	2,29	5,26

Fonte: Relatório do Grupo 1 (2026).

O Grupo 2, formado por seis professores, sendo uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, se manteve no problema delineado, inicialmente, por Getúlio: *A partir de uma imagem gerada, descobrir qual a distância necessária para obter o tamanho real do objeto projetado sem aplicação de zoom do aparelho*. No

momento da coleta de dados, os professores tiveram acesso a um projetor EPSON LCD EMP - S4 e discutiram sobre o que considerar para desenvolver a atividade:

> Getúlio: A gente já tem que simplificar a investigação para dar tempo de estudarmos aqui. Parece um projetor bem velho. Então vamos ficar com a distância e o tamanho da projeção, uma vez que não conseguimos medir o lúmen da lâmpada.
>
> Alice: Eu concordo com você. A gente pode simplificar né?
>
> Júlia: Acredito que sim, é uma primeira investigação.
>
> Vitor: Sim, lembram que a Prof falou que um modelo bom é aquele que podemos aperfeiçoar com mais dados?
>
> Getúlio: É o que temos aqui para a coleta de dados. Romeu, você trouxe a sua trena?
>
> Romeu: Sim. Tenho também um boneco aqui que a gente pode usar como objeto de projeção.
>
> Getúlio: Eu acho que a gente vai terminar logo, porque tendo as medidas a gente pode já fazer uma regrinha de três que dá tudo certo. [medindo a distância do boneco até a projeção e o tamanho da sombra, enquanto Vitor faz anotações].
>
> [...]
>
> Júlia: Mas é assim que a gente calcula? A sombra? Eu acho que a gente tinha de projetar uma imagem mesmo, como acontece na realidade com o projetor e o computador.
>
> Alice: Vamos tirar uma foto desse boneco e projetar, o que acham?
>
> Vitor: Talvez pegar a foto de uma celebridade e daí a gente valida com a altura dessa pessoa.
>
> Alice: Pega uma foto de jogador da copa.
>
> Getúlio: Vamos usar o Cristiano Ronaldo, daí a gente procura a altura dele na internet.

A partir de uma temática já delineada por um dos integrantes do grupo – o Getúlio –, uma possibilidade de investigação foi estruturada "junto com o sentido de realidade ou objetividade" (Peirce, 2005, p. 16) de que a situação tinha para com ele e da mobilização do interesse pelos demais. De fato, a modelagem matemática significou mobilizar interesse pela investigação e coleta de dados empíricos.

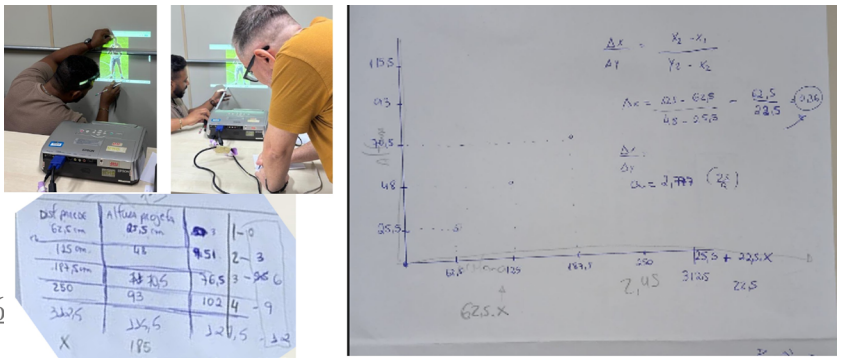
A produção de dados quantitativos foi subsidiada pelas medidas da distância do projetor até a parede e da altura do objeto projetado – no caso a altura do jogador de futebol Cristiano Ronaldo (CR7). Os professores poderiam ter considerado informações presentes em sites técnicos de projetores, porém optaram por realizar uma investigação com o projetor que tinham à disposição para que os dados fossem produzidos experimentalmente. Logo com as primeiras coletas, perceberam que a proporcionalidade da projeção não se mantinha ao dobrar a distância do projetor até a parede:

> Getúlio: Olha só, a relação não é diretamente proporcional. Isso está contrariando a nossa hipótese inicial. Prof, há uma divergência constante na altura.
>
> Prof: Como assim?
>
> Romeu: A gente esperava que a duplicação da distância resultasse em uma duplicação proporcional do tamanho da imagem. E isso não aconteceu.
>
> Vitor: Olhando aqui nos dados, tentamos buscar um padrão que não estamos enxergando.
>
> Prof: Se com a tabela, vocês não conseguem enxergar, o que podem fazer?
>
> Romeu: A gente pode usar um gráfico?
>
> Getúlio: Verdade, um gráfico.
>
> Prof: Vocês vão considerar mais algumas distâncias?
>
> Romeu: Seria bom. Porque daí a gente muda a hipótese e tenta fazer um ajuste com uma expressão algébrica.

A intenção era representar, por meio dos dados, um tratamento matemático, considerando uma relação diretamente proporcional. Todavia houve um impasse, já na segunda coleta, uma vez que ao dobrar a distância, o tamanho da projeção não dobrou. Romeu, então, com a indagação da Prof, sugeriu representar os dados por meio de um gráfico para que uma expressão algébrica fosse associada. A dedução de um modelo matemático, já representava traços de processos cognitivos para o tratamento matemático dos dados. Os signos produzidos quanto ao estabelecimento de hipóteses por meio de um ajuste de curvas revelaram atribuição de significado a partir do "resultado de uma operação anterior com signos materialmente incorporados" (Queiroz; Atã, 2018, p. 46), produzidos a partir do uso de um aparato semiótico em experiências realizadas na disciplina.

Apesar de a temática ser considerada, a princípio, um "material cru sobre o qual a análise trabalha" (Santaella, 2016, p. 121), para a maioria dos professores em formação, a experiência na disciplina permitiu a continuidade no fluxo da abordagem delineada pelo grupo, tanto que se chegou a uma solução para o problema por meio de uma expressão algébrica dada por , em que *D* é a distância, em metros, que o projetor deve ficar da parede para que a imagem tenha uma altura *h* (em metros) A Figura 5 apresenta os procedimentos adotados pelo grupo para o desenvolvimento da atividade.

Figura 5 - Produção de dados quantitativos do Grupo 2

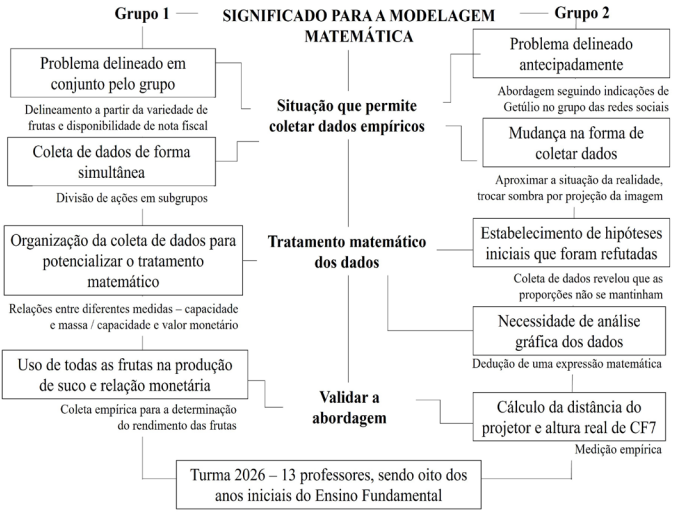


Fonte: Dados da pesquisa (2026).

De acordo com os procedimentos realizados pelo grupo, para que a imagem de Cristiano Ronaldo, que tem 1,87 m fosse projetada em tamanho real, o projetor teria de estar a uma distância de 3,67 m. Os professores, então, arrastaram as cadeiras e mesas da sala de aula e realizaram a validação do modelo matemático.

Na turma de 2026, formada por 13 integrantes dos quais oito eram professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os signos foram produzidos a partir de temáticas escolhidas por eles que revelaram atribuição de significado subsidiada em três categorias: situações que tinham potencialidades de produção de dados empíricos, tratamento matemático dos dados e validação da abordagem. A Figura 6 apresenta a Árvore de Associação de Ideias esquematizada a partir do movimento analítico, considerando a atribuição de significado para a modelagem matemática a partir das ações dos professores.

Figura 6 - Árvore de Associação de Ideias sobre a atribuição de significado para a modelagem matemática pelos participantes da formação de professores em 2026



Fonte: Dados da pesquisa (2026).

As escolhas das atividades foram subsidiadas por **situações que tinham potencialidades de produção de dados empíricos** – rendimento de suco de frutas e distância do projetor e tamanho da imagem projetada. Essa categoria foi sustentada pelas ações dos professores tanto no delineamento da coleta de dados via divisão em subgrupos, quanto na mudança da forma de coleta de dados considerando a realidade. De certa forma, a coleta empírica subsidiou a realização do **tratamento matemático dos dados**, no que diz respeito às relações entre medidas de massa e capacidade / massa e valor monetário, bem como na refutação de hipóteses anteriormente estabelecidas, mobilizando o uso de diferentes representações. Porém, o que demarcou as abordagens foi a necessidade de **validação**, uma vez que os professores em formação se esforçaram para que os dados coletados tivessem significado na realidade.

PONDERAÇÕES FINAIS

Considerando um ambiente de formação subsidiado nos eixos aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem (Almeida; Silva, 2015), implementado desde 2016 em uma disciplina de Modelagem Matemática do PPGMAT, nosso interesse nas discussões realizadas neste capítulo dizem respeito ao que ficou para um grupo de professores. Neste sentido, nossa investigação se encaminhou para evidenciarmos: que aspectos da modelagem matemática ficam evidentes quando professores em formação continuada desenvolvem uma atividade em que são responsáveis por seu encaminhamento?

Desse modo, a atenção diz respeito ao eixo aprender por meio da modelagem em que duas temáticas – rendimento de sucos de frutas e proporção da imagem projetada com a real de um projetor – foram desenvolvidas em dois encontros finais da disciplina. Logo, entendemos que os professores em formação tinham experiência e poderiam revelar a atribuição de significado para a modelagem matemática.

Subsidiamos as análises no quadro teórico da semiótica peirceana, em que a experiência se configura como um eixo

norteador, que "envolve tempo, cujo fluxo é concebido como contínuo" (Santaella, 2016, p. 124). No contexto da formação de professores, a troca de experiências relativas a conteúdos matemáticos e extra matemáticos foi potencializada, via processo de geração de interpretantes.

Especificamente, na condição de modeladores, os trezes professores da turma de 2026, cujos dados discutimos neste capítulo, revelaram atribuição de significado segundo aspectos que dizem respeito à situação-problema potencializar coleta de dados empíricos, via tratamentos matemáticos que pudessem ser validados.

Há de se considerar que os resultados apresentados se limitaram a um grupo específico de professores, configurando ponderações pontuais. Porém, esses resultados, em certa medida, revelaram a consistência dos eixos de formação que temos firmado para a oferta da disciplina no âmbito de um mestrado profissional, em que um movimento que permite o estabelecimento de diálogos com a sala de aula têm se instaurado via práticas implementadas e que podem ser consideradas em futuras produções.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 50, n. 1, p. 19-30. 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de professores com modelagem matemática: algumas configurações. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 46, set., p. 6-15, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ÄRLEBÄCK, J. B. Pre-service Secondary Teachers' Pre-conceived Views on Mathematical Models and Modelling. In: IKEDA, T.; SAEKI, A.; GEIGER, V.; KAISER, G. (org.). **International Horizons in Mathematics Modelling Education**. New York: Springer, 2025, p. 201-210.

BORROMEO FERRI, R. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. New York: Springer International Publishing, 2018.

BRAZ, B. C. **Aprendizagens sobre modelagem matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de matemática**. 253 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

GALBRAITH, P. Modelling, Teaching, and Reflecting: What More I Have Learned?. In: SILLER, H-S; GEIGER, V; KAISER, G. (Eds.). **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Switzerland: Springer, 2024, p. 137-147.

MALHEIROS, A. P. S.; SOUZA, L. B.; FORNER, R. Olhares de docentes sobre as possibilidades da modelagem nas aulas de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-22, 2021.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 61, n. 1, p.11-38, feb. 2006.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**: selected philosophical writings (1893-1913). Bloomington: Indiana University Press, 1998.

QUEIROZ, J.; ATÃ, P. **Externalismo, iconicidade e cognição distribuída em C. S. Peirce**. Ouvir ou Ver, Uberlândia, v. 14, n. 1, p. 44-54, jan.-jun. 2018.

RAMOS, D. C.; ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Interpretação Semiótica em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, v. 35, n. 71, p. 1391-1415, 2021.

SANTAELLA, L. As contribuições de Peirce à ciência cognitiva. **deSignis**, Rosário, n. 35, p. 25-33, jul-dez. 2021.

SANTAELLA, L. Mente e/ou consciência em C. S. Peirce. **Cognitio**, São Paulo, v. 17, n. 1, p. 119-130, jan./jun. 2016.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano**. Rio de Janeiro: Editora Virtual, 2013.

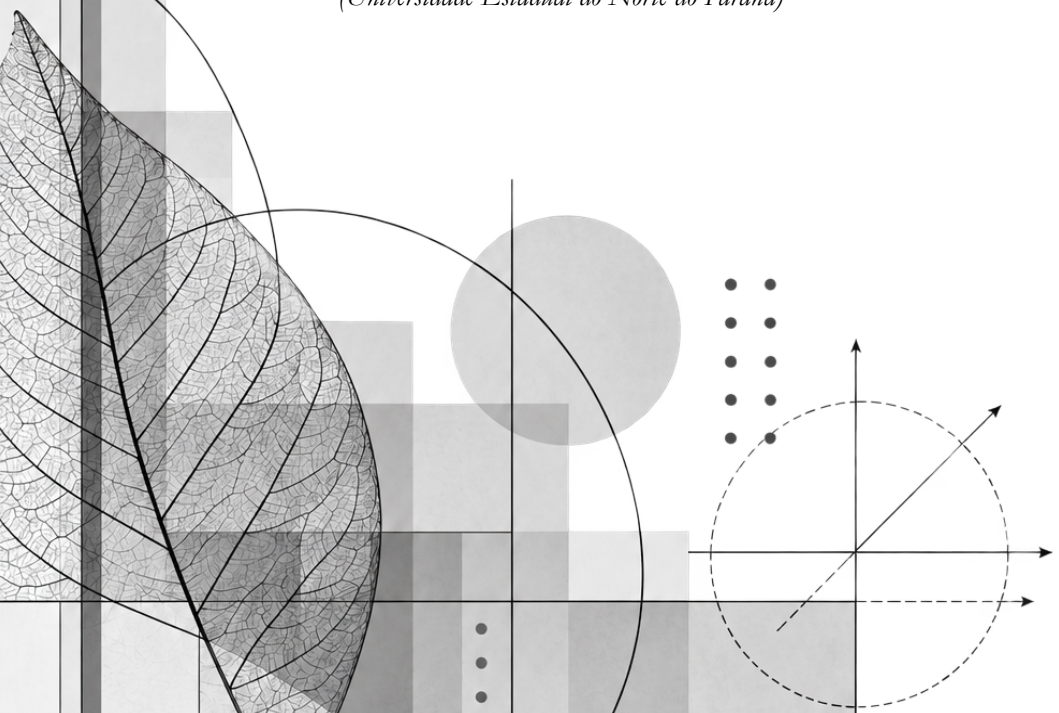
YOON, C.; MISKELL, T. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. In: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (eds.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**: how to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts. Dordrecht: Sense Publishers, 2016. p. 89-109.

CAPÍTULO

8

UMA VISÃO DA DIMENSÃO TECNOLÓGICA NA CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Rudolph dos Santos Gomes Pereira
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)
Thiago Sawada
(Secretaria de Estado da Educação do Paraná)
Bianca de Oliveira Martins
(Universidade Estadual do Norte do Paraná)



INTRODUÇÃO

A inserção das tecnologias digitais na educação brasileira constitui um processo historicamente associado à popularização dos computadores pessoais na década de 1990 e, posteriormente, à expansão e ao desenvolvimento dos dispositivos móveis na última década. Nesse percurso, pesquisas vêm sendo desenvolvidas há décadas com o propósito de discutir o papel das tecnologias digitais na educação, estabelecendo relações entre referenciais teóricos e práticas desenvolvidas em sala de aula (Borba, 2012; Valente, 1993, 2016).

Entre as primeiras discussões sobre essa temática, Valente (1993) distingue duas formas de compreender o uso do computador na educação: como máquina de ensinar e como ferramenta educacional. Na primeira perspectiva, predominam tutoriais, exercícios e simulações que informatizam práticas tradicionais de ensino, caracterizando uma abordagem instrucionista na qual a tecnologia é utilizada para potencializar a transmissão de informações. Na segunda, o computador passa a constituir uma ferramenta por meio da qual o estudante aprende, aproximando-se da abordagem construcionista proposta por Seymour Papert (1928-2016), em que o aluno assume o papel de produtor do conhecimento, deixando de ser apenas receptor de informações, demonstrando que a intencionalidade pedagógica configura-se como elemento determinante para a passagem entre essas duas perspectivas. Posteriormente, essa compreensão deu origem a investigações voltadas à relação aprendiz-computador (Valente, 1999) e à espiral da aprendizagem mediada pelas tecnologias da informação e comunicação (Valente, 2002). Mais recentemente, Valente (2019) buscou estabelecer aproximações entre os conceitos de Pensamento Computacional, Letramento Computacional e Competência Digital, reconhecendo, contudo, que tais conceitos são compreendidos de formas distintas na literatura especializada, o que limita uma aproximação direta entre eles.

Em perspectiva semelhante, Borba (2012) apresenta a noção de seres-humanos-com-mídias e problematiza a compreensão da tecnologia como meio ou como forma. O autor chama a atenção para o risco da denominada "domesticação" das tec-

nologias, caracterizada pelo emprego de novos recursos digitais para reproduzir práticas pedagógicas tradicionais, como a simples substituição da lousa pela projeção, sem que sejam exploradas as potencialidades específicas das mídias digitais.

Já Borssoi e Almeida (2015) defendem uma compreensão da tecnologia como parceira intelectual, concebendo-a como integrante do coletivo que participa da produção do conhecimento. Sob essa perspectiva, a tecnologia deixa de ser apenas um instrumento utilizado pelos estudantes e passa a constituir um elemento com o qual eles pensam, organizam estratégias de resolução de problemas, constroem modelos e regulam seus próprios processos de aprendizagem, favorecendo, desse modo, a produção de aprendizagens significativas.

Esse percurso evidencia que as pesquisas sobre tecnologias digitais na educação vêm sendo marcadas pela coexistência de duas concepções distintas. De um lado, encontra-se a tecnologia compreendida como objeto, isto é, como um artefato externo destinado à transmissão de informações e à reprodução de práticas tradicionais, característica das abordagens instrucionistas e dos processos de domesticação das mídias. De outro, situa-se a tecnologia concebida como relação, entendida como elemento constitutivo do pensamento que se integra aos sujeitos e reorganiza seus processos cognitivos, conforme proposto pelo construcionismo, pela noção de seres-humanos-com-mídias e pela compreensão da tecnologia como parceira intelectual. A transição entre essas perspectivas não ocorre de forma espontânea, mas depende da intencionalidade pedagógica e da reorganização das práticas educativas, deslocando o foco para a compreensão de como sujeitos e tecnologias constroem significados de maneira conjunta.

A predominância de uma ou outra concepção não decorre exclusivamente de escolhas teóricas, mas das condições em que a tecnologia é integrada às práticas pedagógicas. Nesse contexto, o modelo do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo (TPACK), proposto por Mishra e Koehler (2006), oferece um referencial analítico para compreender de que maneira a articulação entre conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de

conteúdo pode conduzir a tecnologia tanto à condição de objeto quanto à de elemento constitutivo das relações de aprendizagem.

Portanto, esse capítulo constitui um ensaio teórico que analisa o papel das tecnologias digitais na formação de professores que ensinam Matemática. Para isso, discute-se o uso isolado do conhecimento tecnológico e as possibilidades decorrentes de sua articulação com o conhecimento pedagógico do conteúdo, e apresenta-se exemplos de atividades envolvendo o Pensamento Computacional e a Modelagem Matemática. Particularmente, argumenta-se que a dimensão tecnológica do significado emerge da integração dos conhecimentos que compõem o modelo TPACK, superando uma compreensão reducionista da tecnologia ao exigir a articulação dinâmica entre conteúdo, pedagogia e recurso tecnológico, deixando a ideia da tecnologia concebida apenas como instrumento de apoio ao ensino, passando a ocupar uma posição constitutiva na abordagem pedagógica e na construção do conhecimento matemático e tecnológico em sala de aula.

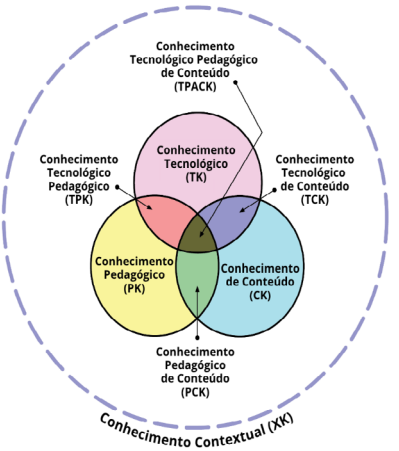
As discussões apresentadas até aqui permitem compreender que a dimensão tecnológica do significado não decorre da simples presença das tecnologias digitais nos processos educativos, mas das relações que se estabelecem entre sujeitos, conhecimentos e artefatos tecnológicos na atividade de ensino e aprendizagem. Entretanto, reconhecer a natureza epistemológica dessas relações não é suficiente para compreender como elas se concretizam na prática docente. Torna-se necessário identificar quais conhecimentos o professor mobiliza para que as tecnologias digitais deixem de desempenhar uma função predominantemente instrumental e passem a integrar a produção de significados matemáticos. Em outras palavras, compreender a natureza epistemológica da tecnologia exige, também, compreender as condições pedagógicas que permitem sua efetiva incorporação às práticas de ensino. É nesse contexto que o modelo TPACK se apresenta como um referencial capaz de explicar como a dimensão tecnológica do significado se concretiza na ação docente.

O TPACK como condição da dimensão tecnológica do significado

Com o propósito de assegurar que o professor desenvolva conhecimentos relativos aos saberes científicos, às metodologias de ensino, aos processos de aprendizagem e à produção de conhecimentos em contextos locais e globais, a Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica – BNC-Formação (Brasil, 2020) estabelece, entre as competências gerais docentes, a necessidade de "compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico" (Brasil, 2020, p. 8), de modo a buscar a produção de conhecimentos, a resolução de problemas e a potencialização das aprendizagens.

Nessa perspectiva, o modelo TPACK (Figura 1) constitui um referencial que orienta a integração das tecnologias digitais à prática pedagógica ao pressupor que o professor conheça, compreenda e experiencie diferentes recursos tecnológicos (Nahirne, Boscarioli, 2025). Apesar das modificações introduzidas ao longo desse percurso, o propósito central do modelo permanece vinculado à ampliação do conceito de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge* – PCK), originalmente proposto por Shulman (1986, 1987).

Figura 1 - Diagrama do TPACK



Fonte: Adaptado de Mishra (2019, p. 2).

Com base em Mishra e Koehler (2006), os conhecimentos que estruturam o TPACK compreendem três domínios fundamentais. O Conhecimento do Conteúdo (*Content Knowledge* – CK) refere-se ao domínio da área específica de conhecimento a ser ensinada, abrangendo fatos, conceitos, teorias e procedimentos que caracterizam determinado campo disciplinar. O Conhecimento Pedagógico (*Pedagogical Knowledge* – PK) corresponde ao conhecimento relativo aos processos, práticas e métodos de ensino e aprendizagem, incluindo seus objetivos, finalidades e valores educacionais. Já o Conhecimento Tecnológico (*Technological Knowledge* – TK) diz respeito ao conhecimento das diferentes tecnologias, desde recursos tradicionais, como livros e giz, até tecnologias digitais, como internet e vídeo digital, envolvendo também as habilidades necessárias para sua utilização.

Embora esses conhecimentos constituam a base do modelo, sua principal contribuição reside nas relações estabelecidas entre eles. O PCK aproxima-se da concepção originalmente

apresentada por Shulman (1986), sendo compreendido como o conhecimento necessário para transformar os conteúdos específicos em objetos de ensino, considerando abordagens pedagógicas adequadas e formas de organização dos conceitos (Mishra, Koehler, 2006). O Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (*Technological Content Knowledge* – TCK) refere-se às relações recíprocas estabelecidas entre tecnologia e conteúdo, evidenciando como ambos se influenciam mutuamente (Mishra, Koehler, 2006). O Conhecimento Tecnológico Pedagógico (*Technological Pedagogical Knowledge* – TPK) corresponde ao entendimento das potencialidades, características e limitações das tecnologias em contextos educativos, bem como das transformações que essas tecnologias podem promover nas práticas de ensino e aprendizagem (Mishra, Koehler, 2006). Por sua vez, o TPACK representa a integração desses três domínios, ultrapassando a simples soma de conhecimentos isolados ao envolver a capacidade de representar conceitos por meio das tecnologias, selecionar estratégias pedagógicas apropriadas e compreender de que maneira os recursos tecnológicos podem tornar determinados conteúdos mais acessíveis aos estudantes (Mishra, Koehler, 2006).

Em sua revisão do modelo, Mishra (2019) propõe que o círculo pontilhado representado na Figura 1 passe a ser compreendido como Conhecimento Contextual (*Contextual Knowledge* – XK), anteriormente apresentado apenas como contexto. A adoção da letra "X" decorre de sua utilização frequente como representação de uma variável, indicando que o contexto não constitui um elemento estático, mas um conhecimento dinâmico e variável. Nessa perspectiva, o professor amplia sua compreensão para além dos limites da sala de aula, considerando o funcionamento da instituição, as características organizacionais e os fatores contextuais capazes de influenciar a implementação de mudanças sustentáveis nos processos educativos.

Sob essa perspectiva, este capítulo compartilha da compreensão apresentada por Nahirne e Boscarioli (2025), segundo a qual o papel do professor não se restringe à utilização instrumental das tecnologias digitais. Ao contrário, sua atuação envolve a criação de condições que favoreçam a aprendizagem por

meio da articulação entre currículo, ensino, formas de aprendizagem dos estudantes e os contextos socioculturais nos quais esses sujeitos se encontram inseridos.

O interesse crescente pelo modelo TPACK pode ser observado em diferentes revisões sistemáticas e estudos de mapeamento que investigam sua utilização, desenvolvimento e aplicações em distintas áreas de pesquisa (Nahirne, Boscarioli, 2025). Além disso, o modelo fundamenta investigações voltadas ao ensino mediado por tecnologias digitais e favorece sua aproximação com outros campos de investigação (Angeli *et al.*, 2016).

Essa trajetória evidencia que o TPACK não pode ser compreendido como um conjunto de procedimentos destinados à incorporação das tecnologias digitais ao ensino. Trata-se de um constructo teórico que reconhece a complexidade da prática docente e das relações estabelecidas entre conhecimentos, tecnologias e contextos educativos. A incorporação do Conhecimento Contextual (XK), proposta por Mishra (2019), reforça essa compreensão ao evidenciar que o conhecimento profissional do professor está diretamente relacionado às características da instituição, da cultura escolar e dos estudantes. Em consonância com as orientações da BNC-Formação (Brasil, 2020), essa perspectiva permite compreender que a integração das tecnologias digitais ultrapassa o domínio operacional das ferramentas, exigindo uma postura crítica, reflexiva e pedagogicamente fundamentada.

Dessa forma, o TPACK configura-se como um princípio organizador da prática docente, e não como uma classificação aplicada posteriormente às ações do professor. Sua mobilização pressupõe que as decisões pedagógicas não se limitem à escolha de uma tecnologia, mas envolvam a reflexão sobre como determinado recurso tecnológico pode transformar a compreensão dos conteúdos matemáticos e favorecer, ou limitar, determinadas estratégias de ensino. É justamente nessa articulação entre conteúdo, pedagogia e tecnologia que se constitui a dimensão tecnológica do significado, compreendida como o momento em que a tecnologia deixa de ocupar uma posição periférica e passa a integrar os próprios processos de produção do conhecimento matemático. Os exemplos apresentados nesse capítulo, relacio-

nados ao Pensamento Computacional e à Modelagem Matemática, têm a finalidade de evidenciar como a dimensão tecnológica do significado pode ser observada quando os conhecimentos que constituem o TPACK são mobilizados na organização de atividades matemáticas com o uso de tecnologias.

A Tecnologia e o Pensamento Computacional

As transformações tecnológicas vivenciadas pela sociedade contemporânea, impulsionadas pelos constantes avanços científicos e pela crescente disputa nos campos tecnológico e econômico, têm produzido impactos significativos em diferentes dimensões da vida social, incluindo os contextos político, cultural e educacional. Nesse cenário, acompanhar essas mudanças torna-se condição necessária para compreender as novas formas de produção do conhecimento e de participação na sociedade. Tais transformações repercutem diretamente no campo educacional, evidenciando a necessidade de repensar as metodologias de ensino de modo a responder às demandas impostas pela realidade contemporânea.

Nessa perspectiva, o Pensamento Computacional vem sendo incorporado aos documentos que orientam a Educação Básica como uma possibilidade de promover o desenvolvimento humano por meio da articulação entre tecnologias digitais e conhecimentos construídos ao longo da formação dos estudantes. Sua inserção possibilita que os sujeitos mobilizem conhecimentos para exercitar, aplicar e criar soluções fundamentadas nas aprendizagens desenvolvidas em diferentes contextos educativos.

O reconhecimento dessa potencialidade pode ser observado em diferentes países, que passaram a implementar políticas voltadas ao ensino da Ciência da Computação articulado ao Pensamento Computacional. Nos Estados Unidos, o relatório elaborado pela Code.org (2016) apresenta políticas públicas e estratégias de implementação da Ciência da Computação na educação, tendo como referência o K–12 Computer Science

Framework (2016), documento que orienta governos locais na elaboração de currículos adequados às suas especificidades.

Movimento semelhante pode ser observado na Inglaterra, onde foram estabelecidos padrões curriculares nacionais para o ensino de Computação (Department for Education, 2013), bem como na Austrália, que implementou diretrizes voltadas à alfabetização digital orientando o ensino da informática desde os anos iniciais da Educação Básica (New South Wales Education Standards Authority, 2017).

Mais recentemente, a Computer Science Teachers Association (CSTA) e a International Society for Technology in Education (ISTE) revisaram seus referenciais sobre Pensamento Computacional, propondo sua integração às diferentes áreas do conhecimento, e não exclusivamente ao ensino da Ciência da Computação.

No contexto brasileiro, embora os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) já apontassem para a necessidade de inserção das tecnologias digitais na Educação Básica, foi a Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (Brasil, 2018) que definiu o Pensamento Computacional como a capacidade de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções por meio do desenvolvimento de algoritmos. Posteriormente, a BNCC da Computação (Brasil, 2022) consolidou esse entendimento ao estabelecer o Pensamento Computacional como um dos três eixos estruturantes da Computação na Educação Básica, juntamente com Mundo Digital e Cultura Digital. Em complemento, a Resolução CNE/CEB nº 1/2022 instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Computação, ampliando as orientações para sua implementação no currículo escolar.

A incorporação do Pensamento Computacional aos currículos educacionais pode ser compreendida como um desdobramento das contribuições inauguradas por Papert (1980), ao defender o construcionismo e o uso da programação como meio para a aprendizagem de conceitos matemáticos, especialmente da Geometria. Em continuidade a esse movimento, Wing (2006,

2016) difundiu o Pensamento Computacional como uma habilidade cognitiva fundamental para todos os indivíduos, compreendendo-o como uma forma de pensamento analítico que complementa a Matemática e a Engenharia e possibilita aos estudantes pensar de maneira semelhante a um cientista da computação.

No cenário nacional, as pesquisas que investigam o Pensamento Computacional em diferentes áreas do conhecimento tendem a associá-lo à resolução de problemas. Para isso, mobilizam processos específicos que contribuem para diferentes ações humanas ao envolver a formulação de problemas, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a abstração, a elaboração de algoritmos e a depuração.

Esses processos também são reconhecidos por diferentes pesquisadores brasileiros. Entre eles, destaca-se Brackmann (2017), cuja sistematização dos denominados Quatro Pilares (a abstração, decomposição, o reconhecimento de padrões e os algoritmos) tornou-se uma das principais referências para a compreensão operacional do Pensamento Computacional no contexto nacional.

No âmbito internacional, entretanto, observa-se uma diversidade de compreensões acerca do Pensamento Computacional. Weintrop *et al.* (2016) propõem uma taxonomia organizada em quatro categorias, práticas de dados, práticas de modelagem e simulação, práticas de resolução computacional de problemas e práticas de pensamento sistêmico, totalizando vinte e duas práticas. Brennan e Resnick (2012) estruturam sua proposta a partir das dimensões conceitos, práticas e perspectivas. Shute *et al.* (2017) apresentam um modelo composto por seis facetas, decomposição, abstração, algoritmo, depuração, iteração e generalização, complementadas por subcategorias relacionadas à abstração e ao desenvolvimento de algoritmos. Por sua vez, Kallia *et al.* (2021) estabelecem aproximações entre o Pensamento Computacional e o Pensamento Matemático ao identificar quatro atividades cognitivas fundamentais: traduzir um problema para um modelo, operar nesse modelo, interpretar os resultados produzidos e verificar sua adequação à situação inicialmente proposta.

Apesar da diversidade de referenciais nacionais e internacionais, ainda não existe consenso acerca da definição de Pensamento Computacional. Conforme observa Valente (2016), essa ausência constitui um dos principais desafios para a área educacional, uma vez que dificulta tanto a definição de estratégias para sua inserção nos processos de ensino quanto a formação de professores e a avaliação das aprendizagens relacionadas a esse campo.

Considerando esse cenário, este capítulo adota a compreensão sistematizada por Sawada *et al.*, (2026, no prelo), que definem o Pensamento Computacional, a partir de uma investigação fenomenológica, como uma modalidade de pensamento humano que emerge da articulação entre a racionalidade lógico-abstrata e a cultura computacional. Nessa perspectiva, caracteriza-se pela mobilização de processos de abstração, decomposição, reconhecimento de padrões e elaboração de algoritmos, integrando dimensões cognitivas, atitudinais e metacognitivas, com possibilidades de aplicação em diferentes áreas do conhecimento, particularmente na Matemática.

No que se refere à formação de professores, Junior, Jucá e Neto (2024) ressaltam a importância de que professores e futuros professores de Matemática desenvolvam conhecimentos relacionados aos conceitos e às aplicações pedagógicas do Pensamento Computacional. Em consonância com essa compreensão, o modelo TPACK pode ser visto como uma possibilidade de favorecer práticas pedagógicas que integrem o Pensamento Computacional ao ensino, contribuindo para o desenvolvimento profissional docente.

Nessa direção, Angeli *et al.* (2016) propõem o modelo conceitual denominado TPACK-CT, que estabelece uma aproximação entre o TPACK e o Pensamento Computacional. Segundo os autores, esse modelo envolve a capacidade de identificar projetos autênticos e criativos relacionados ao Pensamento Computacional, selecionar tecnologias cujas potencialidades favoreçam sua aprendizagem e utilizar essas potencialidades para transformar tanto o conhecimento do conteúdo associado ao Pensamento Computacional (CKCT) quanto o conhecimento

pedagógico relacionado a esse conteúdo (PKCT), tornando as experiências de aprendizagem mais acessíveis e significativas aos estudantes.

Exemplo de Pensamento Computacional

A atividade denominada "Ping Pong" originou-se de um trabalho interdisciplinar proposto pela Secretaria Estadual de Educação do Paraná (SEED), desenvolvido no âmbito do itinerário formativo do Ensino Médio Resolução de Problemas. A proposta consistia na elaboração de materiais que evidenciassem relações entre conhecimentos matemáticos presentes no cotidiano profissional e as práticas características da profissão pretendida pelos estudantes.

Nesse contexto, um grupo de estudantes com interesse na área de programação optou pelo desenvolvimento de um jogo inspirado na dinâmica do tênis de mesa. A escolha justificou-se tanto pela relevância histórica desse esporte na evolução dos jogos eletrônicos quanto pelo nível de complexidade compatível com os conhecimentos de programação mobilizados pelos participantes.

Para o desenvolvimento do jogo foram utilizadas três linguagens de programação. A linguagem HTML (*HyperText Markup Language*) foi empregada na estruturação da página; o CSS (*Cascading Style Sheets*) foi utilizado para a definição dos aspectos visuais; e o JavaScript (JS) foi responsável pela implementação da lógica de funcionamento e da interatividade do jogo.

Quadro 1 - Recortes feitos da programação



Fonte: os autores.

O primeiro indício da mobilização do Pensamento Computacional foi observado na organização inicial do trabalho. Ao dividirem o desenvolvimento do projeto em três partes — HTML, CSS e JavaScript (Quadro 1 – (a) Estrutura de divisão das linguagens de programação) — os estudantes evidenciaram o processo de decomposição do problema. Conforme Brackmann (2017), essa habilidade corresponde à fragmentação de um problema complexo em partes menores, tornando sua resolução mais organizada e viável. Segundo os próprios estudantes, essa divisão também favoreceu a distribuição das tarefas e a otimização do trabalho em equipe.

Durante a implementação das interações entre os elementos do jogo, foi construído um cenário composto pela mesa de tênis de mesa, duas raquetes e uma bola que se deslocava continuamente entre os dois lados da tela. Para possibilitar essas interações, foram empregadas funções da linguagem JavaScript, entendidas como blocos de código destinados à execução de tarefas específicas. Entre elas, destacam-se as funções arc(), utilizada para desenhar circunferências, e fillRect(), responsável pela construção de retângulos preenchidos.

A utilização dessas funções para representar os diferentes elementos do jogo evidencia o reconhecimento de padrões geométricos, uma vez que figuras como circunferências e retângulos foram reutilizadas para representar objetos distintos (Quadro 1 – (b) Função para desenhar a bola no cenário). Ao mesmo tempo, observa-se a mobilização da abstração, pois cada função representa um processo específico do funcionamento do

jogo, como o deslocamento da bola ou o controle das raquetes, permitindo que os estudantes concentrassem sua atenção nos elementos essenciais para o funcionamento do sistema, como coordenadas, velocidade e colisões. Nessa perspectiva, a construção dessas funções aproxima-se do entendimento de Wing (2006), para quem a abstração constitui um dos processos centrais do Pensamento Computacional por possibilitar lidar com a complexidade inerente aos problemas computacionais.

No que se refere aos conhecimentos matemáticos mobilizados, destaca-se a relação estabelecida entre a dificuldade do jogo e a programação da velocidade de deslocamento da bola. Essa velocidade foi definida por meio de uma função linear crescente, responsável por determinar o aumento progressivo da velocidade durante a execução do jogo.

A construção de algoritmos (Brackmann, 2017; Weintrop *et al.*, 2026) foi identificada na sequência lógica adotada pelos estudantes durante o desenvolvimento do projeto. Inicialmente foram criados os elementos visuais do jogo, como cenário, bola e raquetes; em seguida, implementaram-se as funções responsáveis pelas interações entre esses elementos; por fim, realizaram-se os ajustes relacionados aos aspectos visuais e estéticos da aplicação.

No funcionamento do jogo, as funções responsáveis pelo controle do movimento da bola e das raquetes constituíram elementos essenciais para garantir a dinâmica da atividade, uma vez que, sem elas, os objetos se deslocariam de forma aleatória e sem direção definida. Quando ocorre a colisão da bola com a raquete, o sistema executa o rebatimento, invertendo sua trajetória. Caso um dos jogadores não consiga interceptar a bola, é atribuído um ponto ao adversário (Quadro 1 – © "Ping Pong" finalizado).

Embora a atividade tenha sido desenvolvida por estudantes interessados em programação, sua análise evidencia aspectos relevantes da atuação docente. Sua realização pressupôs um professor disposto a desenvolver propostas metodológicas que, muitas vezes, exigem a superação de práticas consolidadas e a

abertura para novas formas de organização do ensino. Nesse contexto, o Conhecimento Tecnológico (TK) manifestou-se por meio da utilização das linguagens HTML, CSS e JavaScript, cuja adoção foi proposta pelos estudantes, cabendo ao professor acompanhar as dificuldades encontradas e orientar os encaminhamentos necessários ao desenvolvimento do jogo. O Conhecimento do Conteúdo (CK) foi mobilizado pela utilização de conceitos matemáticos, como funções lineares e padrões geométricos, cuja aplicação em situações de programação frequentemente representa um desafio em razão do elevado nível de abstração envolvido. Já o Conhecimento Pedagógico (PK) tornou-se evidente nas adaptações realizadas pelo professor para adequar a proposta às características do contexto escolar. A articulação desses conhecimentos pode ser percebida na atuação docente como mediadora de um processo em que os estudantes constroem um artefato capaz de atribuir significado aos conhecimentos matemáticos, e não apenas de ensinar técnicas de programação.

Sob essa perspectiva, a mobilização do TPACK manifesta-se na compreensão de que o desenvolvimento do jogo não constitui o objetivo final da atividade, mas um meio para favorecer a construção do pensamento matemático. O professor que articula os conhecimentos do TPACK nesse contexto não restringe sua atuação ao ensino da sintaxe da linguagem JavaScript. Ao contrário, organiza situações em que a função linear (CK) pode ser representada e analisada por meio da programação (TCK), ao mesmo tempo em que estrutura a dinâmica do jogo (PK) para promover desafios que favoreçam processos de abstração e decomposição característicos do Pensamento Computacional (TPACK). Em contrapartida, uma prática centrada exclusivamente no TK tenderia a reduzir a atividade à reprodução de códigos previamente elaborados, limitando seu potencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e da autonomia dos estudantes. Desse modo, o exemplo evidencia que o Pensamento Computacional, quando articulado aos conhecimentos que compõem o TPACK, deixa de constituir um conteúdo isolado e passa a integrar a construção da dimensão tecnológica do significado matemático.

A TECNOLOGIA E A MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática constitui um campo consolidado de investigação na Educação Matemática desde meados da década de 1960. Amplamente difundida em cursos de formação inicial e continuada de professores, tem sido apresentada como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática, favorecendo a aproximação entre conceitos matemáticos e situações provenientes da realidade. As pesquisas desenvolvidas nesse campo (Omodei; Almeida, 2019; Sousa; Almeida, 2021; Bisognin; Bisognin, 2024) evidenciam contribuições significativas para a formação e a prática docente. Tais contribuições decorrem, sobretudo, do potencial das atividades de modelagem para mobilizar os diferentes conhecimentos que compõem a base profissional do professor, sistematizados por Shulman (1987).

Em razão de sua natureza investigativa, as atividades de Modelagem Matemática frequentemente demandam a utilização de tecnologias digitais para diferentes finalidades, como a coleta e organização de dados, a realização de simulações, a representação gráfica de fenômenos e a validação de modelos matemáticos (Greefrath; Siller, 2017). Ao mesmo tempo, por se estruturarem a partir da investigação de situações-problema oriundas do cotidiano e mediadas pela Matemática, essas atividades aproximam-se das orientações presentes nos documentos curriculares nacionais e contribuem para o desenvolvimento de uma compreensão científica dos fenômenos estudados.

Sob essa perspectiva, as tecnologias digitais deixam de desempenhar exclusivamente uma função operacional e passam a assumir papéis específicos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Segundo Greefrath e Siller (2017), essas funções podem ser compreendidas em quatro categorias. A primeira refere-se à experimentação, caracterizada pela transformação de uma situação real em modelos geométricos ou numéricos por meio de softwares de geometria dinâmica ou planilhas eletrônicas, permitindo a formulação e o teste de hipóteses. A segunda corresponde à visualização, na qual representações produzidas com tecnologias digitais favorecem a identificação de aspectos que poderiam não ser percebidos em outras formas

de representação, constituindo-se como suporte para a análise dos resultados. A terceira diz respeito à simulação, entendida como a construção de analogias para investigar situações reais mediante modelos matemáticos. Por fim, destaca-se a função de controle, relacionada ao gerenciamento das informações de entrada e saída dos modelos, possibilitando a definição de parâmetros e a análise de suas implicações sobre os resultados obtidos.

Exemplo de Modelagem Matemática

Como exemplo de atividade de Modelagem Matemática mediada por tecnologias digitais, Sawada *et al.* (2026, no prelo) apresentam uma experiência desenvolvida em um curso de formação inicial de professores de Matemática. Participaram da investigação dez licenciandos, organizados em cinco duplas (G01 a G05), identificadas como G01 (A01 e A02), G02 (A03 e A04), G03 (A05 e A06), G04 (A07 e A08) e G05 (A09 e A10). A atividade foi realizada ao longo de quatro aulas de cinquenta minutos, distribuídas em dois dias, tendo como situação-problema a análise da viabilidade financeira da instalação de painéis solares em uma escola, considerando os custos mensais com energia elétrica e o tempo necessário para o retorno do investimento (Quadro 2).

Quadro 2 - Instrução entregue aos alunos.

Vale a pena consumir energias sustentáveis: painéis fotovoltaicos?

Popularmente conhecido como Placas Solares, os Painéis Fotovoltaicos são responsáveis por produzir energia solar, transformando os raios solares em energia elétrica. Tudo começou em 1839 na França e os aprimoramentos dessa tecnologia se desdobraram por pesquisadores renomados, como por exemplo, Albert Einstein com o efeito fotoelétrico, resultando em seu Prêmio Nobel de Física.

O uso da energia solar advém de uma fonte de energia limpa e econômica, o que se opõe à atual demanda de energias não-renováveis. No Brasil, segundo uma pesquisa realizada pela ABSOLAR em 2022, a produção de energia solar no país superou a potência gerada pela hidrelétrica binacional de Itaipu e estima a possibilidade de redução das emissões do gás carbônico em 37% para 2025 e até 43% em 2030 no Brasil.

As placas solares são tendências nas residências por meio de sua facilidade de acessibilidade, ocupam pouco espaço, são alimentadas por uma fonte abundante e produzem energia de forma silenciosa. E, possuem uma vida útil de aproximadamente 25 anos com manutenções baratas, possibilitando uma redução em até 95% dos gastos com a conta de luz.

Considerando o interesse em investigar a economicidade das placas solares, foram coletados os dados do consumo de energia de um Colégio Estadual no interior de São Paulo que não utiliza nenhum método pensado na redução do consumo:

O cálculo para determinar o valor que deve ser pago consiste em dois fatores: consumo TE (Tarifa de Energia) e consumo TUSD (Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição). E, para cada consumo é atribuído um valor que será multiplicado pelos kWh (quilowatt-hora) e posteriormente, somados para obter o valor total da tarifa de energia. Assim, para o consumo TE é cobrado R$0,28 e para o consumo TUSD é cobrado R$0,42.

Histórico de consumo			
Ano	Meses	kWh (quilowatt-hora)	Dias
2024	Março	11.760	28
	Abril	12.180	30
	Maio	10.620	31
	Junho	8.640	31
	Julho	6.720	32
	Agosto	6.480	29
	Setembro	10.200	31
	Outubro	10.620	32
	Novembro	9.660	29
	Dezembro	10.560	33
2025	Janeiro	3.360	29
	Fevereiro	7.320	30
	Março	12.480	29

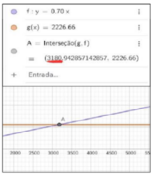
A partir dessas informações, o investimento em Painéis Fotovoltaicos para produção de energia solar vale a pena para a escola?

Fonte: os autores.

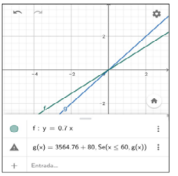
No desenvolvimento da atividade, os grupos adotaram estratégias distintas quanto ao uso das tecnologias digitais. Enquanto G01, G03 e G05 iniciaram a resolução utilizando papel e lápis, G02 e G04 recorreram ao software Excel desde o início da investigação, empregando funções para automatizar os cálculos e organizar os dados produzidos. Posteriormente, os grupos G03 e G04 passaram a utilizar o GeoGebra para construir funções que representavam, simultaneamente, o custo acumulado e o investimento realizado, explorando a interseção entre as curvas como indicativo do ponto de equilíbrio financeiro (Figura 1).

Figura 2 - Modelos matemáticos construídos no GeoGebra.

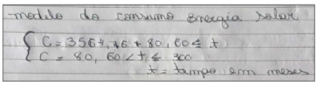
(a) Gráfico do grupo G04



(b) Gráfico do grupo G03



(c) Sistema linear do grupo G03



Fonte: relatório dos alunos.

A Figura 2 apresenta as funções elaboradas pelo grupo G04 no ambiente GeoGebra. A função linear representa o custo líquido acumulado ao longo do tempo, considerando a economia proporcionada pela instalação dos painéis solares, enquanto a função constante corresponde ao valor do investimento inicial amortizado mensalmente. A interseção entre essas duas funções, localizada aproximadamente no mês 180, indica o momento em que o investimento passa a apresentar retorno financeiro.

Observa-se, entretanto, que os grupos não restringiram o domínio das funções ao período correspondente à vida útil dos equipamentos, estimada em trezentos meses. Embora essa escolha produzisse uma representação matematicamente consistente, ela resultava em projeções que ultrapassavam os limites físicos da situação investigada, aspecto que poderia ser problematizado durante o processo de validação do modelo. Tal resultado evidencia a mobilização do Conhecimento do Conteúdo (CK), ao representar matematicamente as relações entre as grandezas envolvidas, mas também revela uma limitação no Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK), uma vez que as potencialidades do software não foram exploradas para estabelecer um domínio mais compatível com as características reais do problema.

O grupo G02 adotou uma estratégia distinta ao solicitar um orçamento a uma empresa especializada, utilizando posteriormente o Excel para organizar e controlar as variáveis envolvidas na investigação. Já os grupos G01 e G05, após encontra-

rem dificuldades na construção de seus modelos, recorreram a simuladores disponíveis na internet (Figura 3) com o objetivo de verificar e comparar os resultados obtidos.

Figura 3 - Simulação realizada pelo grupo G01.



Fonte: os autores.

No que se refere às funções atribuídas às tecnologias digitais (Greefrath; Siller, 2017), observou-se a presença das quatro categorias anteriormente discutidas. A experimentação manifestou-se na construção de modelos numéricos e geométricos; a visualização ocorreu por meio das representações gráficas utilizadas para analisar tendências; a simulação foi identificada na exploração de diferentes cenários mediante simuladores digitais; e o controle tornou-se evidente no gerenciamento das variáveis de entrada e saída dos modelos matemáticos.

Contudo, o aspecto mais relevante da atividade reside no fato de que as tecnologias digitais não permaneceram restritas ao papel de instrumentos destinados à agilização de cálculos. Durante o processo investigativo, elas passaram a integrar a própria construção do pensamento matemático. Ao manipular parâmetros, representar funções graficamente e simular diferentes cenários, os futuros professores produziram conhecimentos por

meio das tecnologias, articulando conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo. Nessa perspectiva, evidencia-se a mobilização do TPACK, uma vez que o Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK) foi expresso na compreensão das potencialidades educativas do GeoGebra e do Excel; o Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) manifestou-se na escolha das ferramentas mais adequadas para representar relações matemáticas; e o TPACK propriamente dito revelou-se na integração entre conteúdos, estratégias pedagógicas e tecnologias digitais no contexto de uma situação-problema autêntica.

A análise da atividade também evidenciou diferentes níveis de integração das tecnologias digitais entre os grupos participantes. Aqueles que incorporaram os recursos tecnológicos desde o início da investigação (G02, G03 e G04) apresentaram uma articulação mais consistente entre os conhecimentos que constituem o TPACK. Em contrapartida, os grupos que recorreram às tecnologias apenas na etapa de validação dos resultados (G01 e G05) evidenciaram uma utilização mais fragmentada desses recursos. Essa diferença permite compreender que a tecnologia pode assumir tanto a condição de objeto, quando utilizada como ferramenta externa ao processo investigativo, quanto a de relação, quando participa da própria construção do conhecimento. A passagem entre essas duas perspectivas depende da intencionalidade pedagógica do professor e da articulação entre os conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo, conforme proposto pelo modelo TPACK.

A experiência desenvolvida por meio da Modelagem Matemática evidencia, portanto, a distinção entre um uso estritamente utilitário das tecnologias digitais e sua integração como parceiras intelectuais da atividade matemática. Os grupos que incorporaram o Excel e o GeoGebra desde as etapas iniciais da investigação (G02, G03 e G04) demonstraram maior integração entre os diferentes conhecimentos mobilizados ao longo da atividade. Nesses casos, o CK, relacionado às funções, ao custo acumulado e ao ponto de equilíbrio financeiro, foi sendo construído simultaneamente ao TK, representado pela utilização do Excel e do GeoGebra, e ao PK, expresso nas estratégias de in-

vestigação e na formulação e teste de hipóteses. Essa articulação torna-se particularmente evidente quando o GeoGebra é utilizado não apenas para representar graficamente uma função, mas para explorar diferentes cenários e analisar o comportamento do modelo matemático, evidenciando a mobilização do TCK.

Por outro lado, os grupos que recorreram às tecnologias digitais apenas na etapa de validação (G01 e G05) apresentaram uma integração menos consistente entre esses conhecimentos. Nessas situações, a tecnologia assumiu predominantemente uma função instrumental, sendo empregada para conferir resultados previamente obtidos, sem reorganizar o processo investigativo desenvolvido pelos estudantes. Ainda assim, mesmo esse uso mais restrito possibilitou ao professor promover discussões relacionadas ao domínio das funções (TCK), problematizar as potencialidades e limitações das diferentes ferramentas digitais utilizadas (TPK) e conduzir uma reflexão coletiva acerca da complementaridade entre Modelagem Matemática e tecnologias digitais na compreensão da situação investigada (TPACK). Assim, quando orientada pelos princípios do TPACK, a Modelagem Matemática favorece o desenvolvimento de uma postura investigativa na qual as tecnologias digitais deixam de constituir apenas instrumentos de apoio e passam a integrar o ambiente em que os modelos matemáticos são construídos, testados e validados, configurando a própria dimensão tecnológica da produção de significados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este ensaio teórico teve como objetivo discutir a dimensão tecnológica do significado na Educação Matemática, compreendendo-a como uma dimensão que emerge das relações estabelecidas entre sujeitos, conhecimentos matemáticos, tecnologias digitais e práticas pedagógicas. Nessa perspectiva, argumentou-se que o significado não reside na tecnologia em si nem resulta exclusivamente da ação do sujeito, mas constitui-se na atividade desenvolvida quando conteúdos, estratégias pedagógicas e recursos tecnológicos são articulados de forma intencional pelo professor.

Essa compreensão desloca a discussão para um problema de natureza pedagógica. Se a produção de significados depende das relações estabelecidas entre sujeitos, conhecimentos e tecnologias digitais, torna-se necessário compreender quais conhecimentos o professor mobiliza para organizar essas relações no contexto da prática educativa. Em outras palavras, compreender a dimensão tecnológica do significado exige também compreender as condições que possibilitam sua materialização nas situações de ensino. É nesse contexto que o modelo TPACK oferece um referencial para analisar como os conteúdos, a pedagogia e as tecnologias digitais se articulam na organização da atividade docente

A discussão desenvolvida permitiu evidenciar que a presença das tecnologias digitais na educação, embora consolidada há décadas, ainda é marcada pela coexistência de duas formas distintas de compreendê-las. De um lado, permanecem práticas em que a tecnologia assume uma função predominantemente instrumental, reproduzindo procedimentos já consolidados no ensino. De outro, encontram-se propostas em que as tecnologias passam a integrar os processos de investigação, representação, experimentação e produção do conhecimento matemático. Defendeu-se, ao longo deste trabalho, que a passagem entre essas perspectivas não decorre da simples disponibilidade de recursos tecnológicos, mas da forma como esses recursos são incorporados às práticas docentes.

Nesse contexto, o modelo TPACK mostrou-se um referencial capaz de compreender essa integração ao evidenciar que o uso pedagógico das tecnologias digitais depende da articulação entre o Conhecimento do Conteúdo (CK), o Conhecimento Pedagógico (PK), o Conhecimento Tecnológico (TK) e o Conhecimento Contextual (XK). Assim, a tecnologia deixa de constituir um elemento externo ao processo educativo para participar da organização das situações de ensino e da construção do conhecimento matemático, aproximando-se da compreensão de parceira intelectual (Borssoi, 2013; Borssoi; Almeida, 2015) e da perspectiva dos seres-humanos-com-mídias (Borba, 2012).

Os exemplos analisados, relacionados ao Pensamento Computacional e à Modelagem Matemática, reforçam essa compreensão ao evidenciarem que a dimensão tecnológica do significado se manifesta quando as tecnologias digitais participam da própria investigação matemática. Em ambos os casos, observou-se que a integração entre conhecimentos matemáticos, estratégias pedagógicas e tecnologias digitais favoreceu a produção de significados que dificilmente seriam construídos mediante um uso exclusivamente instrumental das ferramentas. Da mesma forma, as situações em que as tecnologias foram utilizadas apenas para automatizar procedimentos ou validar resultados evidenciaram os limites de uma integração fragmentada dos conhecimentos que constituem o TPACK.

As análises desenvolvidas permitem compreender que a dimensão tecnológica do significado não representa uma característica inerente às tecnologias digitais, tampouco um atributo exclusivo da prática pedagógica. Trata-se de uma construção produzida na articulação entre tecnologia, conteúdo, pedagogia e contexto, mediada pelas decisões assumidas pelo professor durante a organização das situações de aprendizagem. Sob essa perspectiva, o TPACK deixa de ser compreendido apenas como um modelo de conhecimentos docentes e passa a constituir uma condição para que as tecnologias digitais participem efetivamente da produção de significados na Educação Matemática.

Dessa forma, defende-se que a integração das tecnologias digitais à Educação Matemática não deve ser compreendida como um objetivo em si mesmo, mas como uma possibilidade de reorganizar as formas de ensinar, aprender e produzir conhecimento. É nessa reorganização que se constitui a dimensão tecnológica do significado, compreendida como uma expressão da articulação entre conteúdo, pedagogia, tecnologia e contexto na atividade matemática.

REFERÊNCIAS

ANGELI, C. *et al.* A K-6 Computational Thinking Curriculum Framework: Implications for Teacher Knowledge. **Journal of Educational Technology & Society**, v. 19, n. 3, p. 47-57, 2016.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem Matemática e formação de professores: contribuições para a prática pedagógica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 26, n. 1, p. 89-110, 2024.

BORBA, M. C. **O uso de tecnologias na Educação Matemática: a noção de seres-humanos-com-mídias**. In: BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. (Orgs.). Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 15-32.

BORSSOI, A. R.; ALMEIDA, L. M. W.A tecnologia como parceira intelectual na resolução de problemas matemáticos. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, p. 543-561, 2015.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática . Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 1, de 27 de outubro de 2020**. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília: MEC, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular da Computação**. Brasília: MEC, 2022a.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 1, de 4 de outubro de 2022**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Computação na Educação Básica. Brasília: MEC, 2022b.

BRENNAN, K.; RESNICK, M. **New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking**. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 2012, Vancouver. Proceedings [...]. Vancouver: AERA, 2012.

CODE.ORG. **2016 State of Computer Science Education**. [S. l.]: Code.org, 2016. Disponível em:https://code.org/files/2016-state-of--cs.pdf. Acesso em: 10 jul. 2026.

COMPUTER SCIENCE TEACHERS ASSOCIATION; INTERNATIONAL SOCIETY FOR TECHNOLOGY IN EDUCATION. **ISTE Standards for Educators**. [S. l.]: ISTE, 2017.

DEPARTMENT FOR EDUCATION. **National curriculum in England: computing programmes of study**. London: DfE, 2013.

GREEFRATH, G.; SILLER, H. S. **Modelling and simulation with the help of digital tools**. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). Mathematical Modelling and Applications. Cham: Springer, 2017. p. 319-330.

JUNIOR, A. C.; JUCÁ, R. M.; NETO, J. P. Pensamento Computacional na formação de professores de Matemática: um estudo de revisão. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 32, p. 1-23, 2024.

KALLIA, M. et al. Characterising computational thinking in mathematics education: a systematic literature review. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 52, n. 5, p. 735-771, 2021.

K–12 COMPUTER SCIENCE FRAMEWORK STEERING COMMITTEE. **K–12 Computer Science Framework**. [S. l.]: ACM, 2016. Disponível em: https://k12cs.org/. Acesso em: 10 jul. 2026.

MISHRA, P. Considering contextual knowledge: the TPACK framework gets an upgrade. **Journal of Digital Learning in Teacher Education**, v. 35, n. 1, p. 2-5, 2019.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

NAHIRNE, A. P.; BOSCARIOLI, C. Compreensão do conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo em Matemática: uma análise da literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S.

l.], v. 14, n. 35, 2025. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/10721. Acesso em: 02 jul. 2026.

NEW SOUTH WALES EDUCATION STANDARDS AUTHORITY. **Digital Technologies K-10 Syllabus**. Sydney: NESA, 2017.

OMODEI, D. M.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática e conhecimentos docentes: um estudo com professores em formação. **Zetetiké**, Campinas, v. 27, n. 2, p. 345-363, 2019.

PAPERT, S. **Mindstorms**: children, computers, and powerful ideas. New York: Basic Books, 1980.

SAWADA, T.; MARTINS, B. O.; PEREIRA, R. S. G.; PALHARINI, B. N. P. A. O QUE É ISTO, PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA? In: Congresso Internacional de Ensino, 3 CONIEN, 2026. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2026. [no prelo]

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHUTE, V. J. et al. Demystifying computational thinking. **Educational Research Review**, v. 22, p. 142-158, 2017.

SOUSA, M. C.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática e conhecimentos docentes: contribuições para a formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, v. 26, n. 72, p. 45-62, 2021.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993.

VALENTE, J. A. **Informática na educação: o computador auxiliando o processo de mudança da escola**. In: VALENTE, J. A. (Org.). O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999. p. 13-27.

VALENTE, J. A. **A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação**. Campinas: NIED/UNICAMP, 2002.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da Educação Básica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 5., 2016, Uberlândia. **Anais** [...]. Uberlândia: SBC, 2016. p. 890-899.

VALENTE, J. A. **Pensamento Computacional, Letramento Computacional e Competência Digital: aproximações e distinções**. In: VALENTE, J. A. (Org.). Tecnologias digitais e educação. São Paulo: Editora da Física, 2019. p. 15-32.

WEINTROP, D. et al. Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. **Journal of Science Education and Technology**, v. 25, n. 1, p. 127-147, 2016.

WING, J. M. **Computational thinking**. Communications of the ACM, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

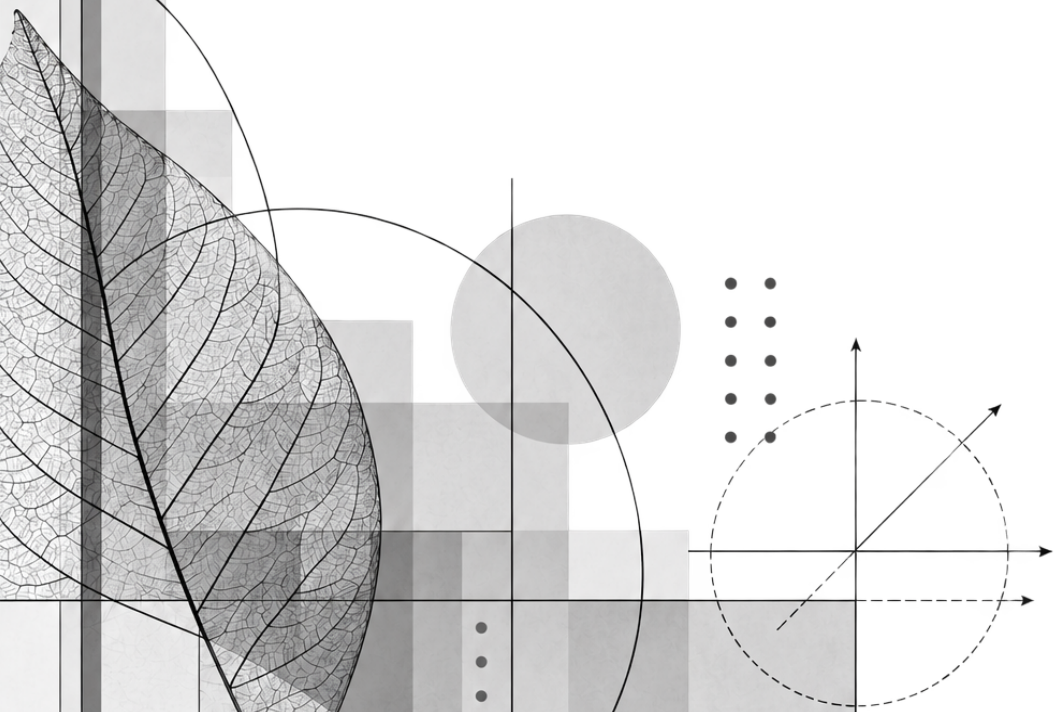
WING, J. M. **Computational thinking: what and why?**. In: FOUNDATIONS OF COMPUTATIONAL THINKING WORKSHOP, 2016, Pittsburgh. Proceedings [...]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2016.

CAPÍTULO

9

HACIA UNA CARACTERIZACIÓN DE LA DIMENSIÓN TECNOLÓGICA DE LOS SIGNIFICADOS EN PRÁCTICAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

Jhony Alexander Villa-Ochoa
(Universidad de Antioquia)



INTRODUCCIÓN

En las últimas dos décadas, el análisis de los significados ha sido un tema constante en la investigación en Educación Matemática y se ha abordado desde diversos enfoques y teorías (Kilpatrick et al., 2005; Godino et al., 2011; Presmeg et al., 2018; Carreira et al., 2020; Canedo Junior et al., 2025). Las investigaciones en esta área han ampliado la visión sobre cómo se aprenden las matemáticas, ya que estas no solo implican aplicar procedimientos y comprender conceptos, sino también acceder a objetos, relaciones y maneras de argumentar, cuyo entendimiento está ligado a signos, representaciones y contextos de uso (Presmeg et al., 2018). En este contexto, los significados en y de la actividad matemática no son meros complementos de los objetos matemáticos, sino que constituyen una condición fundamental para el aprendizaje matemático.

Varias investigaciones han destacado que los objetos matemáticos se manifiestan a través del lenguaje, siendo los signos, las representaciones y la multimodalidad elementos clave en los procesos de construcción de significado (Erbilgin & Gningue, 2023; Canedo Junior et al., 2025). La conexión entre aprendizaje y significado se relaciona con sistemas de prácticas, lenguajes y mediaciones semióticas (Godino et al., 2011; Erbilgin & Gningue, 2023). Por eso, estudiar los significados permite no solo entender qué aprenden los estudiantes, sino también cómo reconocen, utilizan, transforman y justifican ese conocimiento en contextos específicos.

En la modelación matemática, los significados adquieren una complejidad particular. Más que simplemente aplicar un procedimiento, modelar implica articular diferentes dominios, lo que conlleva prácticas, acciones y decisiones deliberadas por quienes lo realizan. La modelación requiere simplificar, estructurar, formular hipótesis, matematizar, interpretar y validar, entre otras acciones (Lebrun-Llano et al., 2025). Esta interacción no es automática, ni rígida, ni lineal, ya que involucra procesos, datos, representaciones, tecnologías, procedimientos, hipótesis y la construcción de supuestos, además de evaluar si el modelo es adecuado a la situación.

Diversos estudios muestran que tanto profesores como estudiantes tienen dificultades para resolver problemas de modelación matemática, algunas de las cuales radican en la comprensión de la situación, la formulación de preguntas apropiadas, la incertidumbre del contexto y la necesidad de formular supuestos plausibles. Así, la complejidad de la modelación no solo radica en su carga cognitiva, sino también en la producción de significado que acompaña cada movimiento entre la realidad y la matemática.

A esta complejidad se suma el carácter interdisciplinario y social de la modelación (Villa-Ochoa, 2024). Desde enfoques semióticos y socioculturales, esto implica reconocer que los significados en la modelación emergen de la interacción entre sujetos, recursos, registros, normas y contextos. Además, en escenarios actuales, los recursos tecnológicos multimodales pueden transformar la forma en que se produce, se comunica y se justifica el conocimiento en la modelación (Canedo Junior et al., 2025; Villa-Ochoa & Farsani, 2026). Ante la existencia de múltiples marcos para describir los procesos de significación, adoptar una perspectiva social ofrece nuevas comprensiones, herramientas y mediaciones para la modelación matemática. En este estudio se analiza la literatura reciente para identificar algunas características de una dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación matemática.

ANTECEDENTES TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

Semiótica social como una perspectiva para la investigación

La semiótica social busca entender las dimensiones sociales del significado, abarcando su creación, interpretación y distribución, así como sus implicaciones (Jewitt et al., 2016). Su objetivo es demostrar cómo los procesos de construcción de significado —la semiosis y la interpretación— afectan tanto a los individuos como a las sociedades. Según Jewitt et al. (2016), los significados surgen a través de la acción y la interacción social, utilizando recursos semióticos como herramientas. Estos

autores enfatizan la agencia de quienes crean signos, centrándose en los modos y sus *affordances*, así como en los usos sociales y necesidades que satisfacen.

La semiótica social entiende la construcción y la comunicación de significados como un proceso en el que los sistemas de signos, sus usuarios y los contextos sociales de uso se relacionan estrechamente. El potencial de ofrecer una visión semiótica social integral tanto de los artefactos como de la interacción resulta especialmente potente para comprender los procesos de construcción de significado (Jewitt et al., 2016).

En la semiótica social, la multimodalidad emerge al reconocer la importancia de explorar cómo distintas maneras de crear significado se combinan en un enfoque integrado y multimodal (Khatin-Zadeh et al., 2022). Según esta perspectiva, los diversos medios para construir sentido no están separados, sino que casi siempre se combinan: imagen con texto, habla con gesto, simbolismo matemático con escritura, y otros ejemplos (Jewitt et al., 2016). Según Jewitt (2026), algunas ideas clave de la multimodalidad son:

> El significado se crea con diferentes recursos semióticos, cada uno con potenciales y limitaciones propias, y
>
> (ii) La producción de significado implica la creación de conjuntos multimodales.

Para estudiar el significado de manera efectiva, hay que considerar todos los recursos semióticos que se emplean para formar un todo coherente (Kendon, 2004; Hostetter & Alibali, 2008).

Prácticas de modelación matemática con tecnologías

La modelación matemática tiene diversas comprensiones en la literatura internacional (Kaiser, 2017). La mayoría de ellas coincide en señalar su potencial para analizar la realidad mediante el uso de las matemáticas. La modelación puede comprenderse como una forma de articulación entre las matemáticas y la realidad, una estrategia pedagógica, una herramienta de investigación, una práctica interdisciplinaria o un tema de formación profesional y docente (Bassanezi, 2002; Borba & Villarreal, 2005; Cifuentes & Negrelli, 2012).

Desde la perspectiva de la semiótica social, analizar la modelación con tecnología implica considerar cómo los estudiantes crean, comunican y modifican significados matemáticos mediante diversos recursos semióticos (Canedo Junior et al., 2025; Villa-Ochoa y Farsani, 2026). En este trabajo, la modelación se entiende como una práctica y un entorno de aprendizaje en los que los estudiantes emplean y desarrollan modelos matemáticos en contextos sociales y culturales, y utilizan modos de representación como el lenguaje verbal, los gestos, las expresiones simbólicas, las imágenes, los gráficos y los recursos tecnológicos. Como práctica, la modelación es colectiva, situada y mediada. En ella, los humanos y las tecnologías participan conjuntamente en la producción de conocimiento (Canedo Junior et al., 2025). Estas prácticas involucran sujetos, medios, representaciones y contextos, y pueden desarrollarse mediante procesos de contextualización, problematización, investigación, matematización, diálogo entre disciplinas y resolución, los cuales permiten delimitar problemas, formular hipótesis, identificar variables, emplear conocimientos matemáticos y no matemáticos, evaluar resultados y comunicar soluciones (Lebrun-Llano et al., 2025; Rendón-Mesa et al., 2023, 2024; Canedo Junior et al., 2025; Villa-Ochoa y Farsani, 2026).

La noción de tecnología adoptada en este estudio reconoce que la actividad humana integra objetos, conocimientos, acciones y decisiones para transformar el entorno según determinadas necesidades (Mitcham, 1994; Vries, 2016; Molina-Toro

et al., 2022). Por tanto, la tecnología no se limita al uso de artefactos, sino que también abarca dimensiones cognitivas, sociales, educativas y éticas. Esta perspectiva permite comprender su articulación con la modelación matemática mediante nuevas formas de ser y de comprender el mundo, de medir, obtener y analizar datos, así como mediante el uso de aplicaciones móviles y tecnologías emergentes que amplían los espacios de experimentación. Desde este punto de vista, las tecnologías digitales no son neutrales, pues reorganizan las formas de pensar, actuar y modelar (Borba et al., 2024; Molina-Toro et al., 2019).

Revisiones de literatura previas sobre la modelación y la tecnología digital

Durante la última década, varios estudios de revisión han examinado la incorporación de tecnologías en la modelación matemática desde diferentes enfoques teóricos. Algunos de estos análisis se enfocan en cómo las tecnologías ayudan a desarrollar competencias matemáticas en la modelación y en su papel para definir y caracterizar el proceso, por ejemplo, en la redefinición o reorganización del ciclo de la modelación.

En primer lugar, siguiendo las pautas de la revisión crítica de la literatura, Molina-Toro et al. (2019) examinaron estudios publicados en Scopus durante los diez años previos a la publicación del estudio. Los autores complementaron la búsqueda con capítulos de libros especializados y referencias pertinentes adicionales. Analizaron 29 artículos de revistas, 12 capítulos de libros y un libro sobre tecnologías digitales y modelización matemática. Los autores identificaron dos roles principales de la tecnología: como recurso que apoya actividades específicas de modelización y como medio que reorganiza el proceso de modelización y la producción de conocimiento matemático. Encontraron que en la investigación revisada se usaron sistemas de álgebra computacional (CAS), software de geometría dinámica (DGS) y hojas de cálculo para realizar cálculos, organizar datos, visualizar, simular, y construir y validar modelos. Los dispositivos móviles emergieron como una categoría importante, ya que

integran diversas herramientas y abren nuevas vías para experimentar, interactuar y colaborar. Los autores destacaron que la tecnología puede ser un elemento constitutivo de la modelación, más que una herramienta ocasional, lo que posibilita procesos flexibles y no lineales que serían diferentes sin su presencia. Sin embargo, subrayaron la necesidad de seguir investigando, tanto desde la perspectiva teórica como desde la empírica, cómo las tecnologías digitales —especialmente los dispositivos móviles— transforman los procesos de modelización y el aprendizaje matemático de los estudiantes.

En su análisis del papel de la tecnología en la cognición matemática, Villa-Ochoa y Suárez-Tellez (2022) dedicaron una sección a la modelación matemática. Investigaron estudios que emplearon calculadoras, hojas de cálculo, CAS, DGE y sensores. Encontraron que la tecnología favorece prácticas como la visualización, la experimentación, la simulación, el cálculo y la creación de múltiples representaciones dinámicas, y potencia la comprensión contextual en la modelación. Los estudios revisados por estos autores muestran que estas tecnologías permiten a los estudiantes verificar conjeturas, alternar entre representaciones estáticas y dinámicas, y construir y validar modelos matemáticos y tecnológicos. Además, las herramientas digitales no solo apoyan las etapas tradicionales de la modelación, sino que también reorganizan dicho proceso, introduciendo ámbitos tecnológicos, facilitando transiciones entre modelos reales, matemáticos y computacionales, y vinculando la modelación matemática con el pensamiento computacional. Para los autores, surgen desafíos sobre cómo la tecnología puede contribuir al desarrollo de competencias de modelación, considerando aspectos como la autoeficacia tecnológica de los estudiantes, la orientación del docente, la cultura en el aula, la colaboración y la interpretación particular de la modelación adoptada.

Finalmente, Cevikbas et al. (2023) realizaron una revisión sistemática descriptiva. Los autores buscaron en Web of Science, ERIC y EBSCO, además de realizar una búsqueda manual en las actas de la ICTMA, para identificar 38 estudios publicados entre 2001 y 2021 sobre tecnologías digitales en la modelación ma-

temática. Hallaron que diferentes herramientas, como el DGS, recursos en línea, hojas de cálculo, software especializado, calculadoras gráficas y CAS, se empleaban en varias etapas del ciclo de modelación, principalmente para resolver problemas, visualizar, calcular y validar. Estas tecnologías ayudaron a mejorar la comprensión matemática de los estudiantes, a facilitar la exploración de soluciones, a conectar diferentes representaciones y a promover la participación, la interacción y la retroalimentación. Sin embargo, señalaron que existen desafíos relacionados con la competencia o experiencia en el uso de la tecnología, los efectos de «caja negra», el tiempo invertido, los problemas técnicos y de adaptación, la alta carga cognitiva, los costos y las creencias restrictivas del profesorado.

En conjunto, estas revisiones indican que las tecnologías digitales facilitan la modelación matemática mediante visualización, experimentación, cálculo, simulación, múltiples representaciones, y la construcción y validación de modelos. También señalan que la tecnología puede promover la interacción, el razonamiento y la comprensión matemática. Sin embargo, se requiere más investigación para comprender cómo las tecnologías específicas transforman el proceso de construcción de significado, la colaboración y la generación de conocimiento, así como para abordar el apoyo a los docentes, los efectos de la «caja negra» y las desigualdades en el acceso. En este sentido, el presente estudio se propone revisar la investigación sobre la modelación matemática y la tecnología con el fin de caracterizar una dimensión tecnológica de los significados en la modelación matemática.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Aunque la investigación ha empleado las fases del ciclo de la modelación para describir los procesos de resolución de problemas reales, ello no basta para comprender la variedad de significados que se producen en el aula. Aunque estas descripciones ofrecen una organización útil del proceso, no siempre aclaran cómo se generan los significados cuando los alumnos negocian el sentido del contexto, traducen entre diferentes registros, discuten la validez de sus supuestos o evalúan respuestas

con criterios situados. Esta limitación es especialmente relevante en entornos mediados por tecnologías, ya que estas no solo permiten realizar cálculos, visualizaciones o representaciones, sino que también inciden en la creación de significados al reorganizar las formas de explorar, comunicar, contrastar y validar modelos.

Basándose en estos planteamientos, una caracterización más sólida de estos procesos puede proporcionar una base analítica más precisa para la enseñanza y el diseño de tareas, al poner en evidencia aspectos como la negociación, la comunicación, la multimodalidad, la relación entre autenticidad y accesibilidad, el papel fundamental de las tecnologías y la menor prominencia habitual de la validación en ciertas propuestas didácticas. En particular, este estudio de revisión se propone responder a la siguiente pregunta de investigación: *¿Cómo puede caracterizarse, a partir de la investigación en modelación matemática y tecnología, la dimensión tecnológica en la producción de significados en las prácticas de modelación matemática?*

METODOLOGÍA

El tipo de revisión

Este estudio utiliza una revisión narrativa para explorar una dimensión tecnológica de la producción de significados en las prácticas de modelación matemática. La elección de este método se basa en que el objetivo no es solo identificar o clasificar publicaciones, sino también integrar aportes de la semiótica social, la multimodalidad, los estudios tecnológicos y la modelación matemática para definir las características y principios de dicha dimensión.

Las revisiones narrativas son un tipo de síntesis de conocimientos que ofrecen un resumen flexible, interpretativo y práctico de un tema, a diferencia de los enfoques de revisión más sistemáticos (Sukhera, 2022). Para Sukhera (2022), estas revisiones se basan en los enfoques subjetivista e interpretativista, lo que facilita la integración de diversas perspectivas y puntos de vista únicos del equipo de revisión.

Una revisión narrativa abarca una amplia variedad de estudios y ofrece un resumen general, con interpretación y crítica (Furley & Goldschmied, 2021). Aunque no existe un único tipo de revisión narrativa, Furley y Goldschmied (2021) señalaron que el propósito común de las revisiones narrativas es ofrecer una argumentación autorizada, basada en evidencia primaria publicada, que resulte convincente para los lectores; estas revisiones también buscan ampliar la comprensión de un tema y contribuir al desarrollo teórico. Además, proporcionan ventajas como la flexibilidad, la practicidad y la capacidad de fomentar nuevas ideas, pero no buscan ofrecer revisiones exhaustivas y definitivas como las revisiones sistemáticas (Sukhera, 2022).

El diseño del estudio de revisión

La revisión se llevó a cabo en ocho fases interrelacionadas. Primero, se establecieron el propósito, la pregunta guía y el alcance conceptual del estudio, aspectos que se describen en los apartados 1, 2 y 3 de este documento. Luego, se creó un marco inicial de lectura mediante códigos derivados del marco de la Semiótica Social, que incluía modos y recursos semióticos, posibilidades modales, tipo de tecnología, mediación, agencia y contexto social. Estos códigos guiaron la primera lectura de los documentos y se mantuvieron abiertos durante todo el análisis.

En tercer lugar, se delimitó el material documental a analizar. Dado que existen revisiones de literatura recientes (ver sección 2.3), se estableció como período de revisión los últimos cinco años. Para ello, se usaron documentos recolectados en este período mediante alertas en Google Scholar con la etiqueta "Mathematical Modelling and Technology in Education", los cuales fueron organizados en un gestor de referencias y marcados con las etiquetas "modelación" y "tecnología". También se realizó una búsqueda en Scopus. Esta búsqueda consistió en delimitar el período 2023-2026; se usó la ecuación de búsqueda "Mathematical Modelling" AND "Technology" AND "Education" en título, resumen y palabras clave. Se limitó a las temáticas de matemáticas y de ciencias sociales. Como resultado de esta búsqueda, se encontraron 127 artículos científicos. Se procedió

a leer cada título y resumen con el fin de delimitar aquellos que efectivamente analizaran temas asociados a los significados matemáticos y al papel de la tecnología en el aprendizaje matemático, y que evidenciaran el desarrollo de prácticas de modelación matemática, ya sea en estudiantes o profesores. Para favorecer la transparencia del proceso, se registraron las bases consultadas, las fechas, los descriptores utilizados y las decisiones tomadas durante la conformación del corpus.

En cuarto lugar, se seleccionaron publicaciones teóricas y empíricas según su pertinencia para la pregunta de investigación y su capacidad para aportar conceptos, relaciones, tensiones o evidencias sobre la producción tecnológica de significados. Esta selección se complementó con una búsqueda en el aplicativo de inteligencia artificial de Elsevier, LeapSpace. Este trabajo complementario permitió incluir trabajos fundacionales e investigaciones recientes, y se excluyeron publicaciones que reduzcan la tecnología a una mención instrumental o que no establezcan una relación sustantiva con los conceptos centrales del estudio. Como resultado, se estableció un corpus de 39 documentos.

En quinto lugar, los textos seleccionados se organizaron en una matriz analítica que incluía información sobre sus objetivos, perspectivas teóricas, concepciones de tecnología, modos semióticos estudiados, contextos, argumentos principales, evidencias, limitaciones y posibles contribuciones. Luego, en sexto lugar, se realizó un análisis crítico-interpretativo inicial para identificar acuerdos, contradicciones, variaciones conceptuales y vacíos en la literatura. En esta revisión preliminar, se distinguieron los resultados empíricos de las afirmaciones teóricas y las interpretaciones de los autores.

En el séptimo lugar, se realizó una síntesis integradora que articuló las categorías teóricas derivadas de la codificación inicial con las categorías emergentes del análisis. Esta síntesis facilitó la formulación de las características de una dimensión tecnológica en la producción de significados en la modelación matemática (consultar la sección 5. Resultados), además de establecer relaciones entre sujetos, tecnologías, modos semióticos, prácticas sociales y actividad matemática. Finalmente, se revisaron la cor-

respondencia entre las interpretaciones y el corpus, la coherencia interna de la codificación y las categorías, la consideración de perspectivas divergentes y la claridad de las conclusiones. También se definieron los alcances, las limitaciones y las futuras líneas de investigación (ver la sección de cierre).

RESULTADOS

Descripción sobre las tecnologías presentes en la investigación reciente sobre modelación con tecnologías

En la literatura internacional, Hillmayr et al. (2020) identifican varias categorías de tecnologías empleadas en la enseñanza de matemáticas y ciencias. Estas categorías abarcan: programas de ejercitación y práctica, sistemas de tutoría, sistemas de tutoría inteligente, simulaciones y sistemas hipermedia. En este estudio, según su función pedagógica y su nivel de participación e interactividad, las simulaciones se dividen en dos categorías adicionales: herramientas matemáticas dinámicas y realidad virtual. Esto da lugar a un total de seis clasificaciones, que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 - Tipología de tecnologías identificadas en la literatura revisada

Tipología	Tecnologías identificadas en el conjunto de documentos	Criterios
Programas de ejercitación y práctica	No se identificaron	Se tratarían de aplicaciones enfocadas en repetir ejercicios y obtener retroalimentación inmediata sobre la corrección de las respuestas, sin una adaptación significativa
Sistemas de tutoría	Algunas plataformas y entornos virtuales, cuando presentan contenidos secuenciados y retroalimentación predeterminada	Brindan conocimientos en unidades organizadas, facilitan la práctica y proporcionan retroalimentación instantánea, aunque no siempre ajustan el recorrido a las necesidades de cada estudiante.
Sistemas de tutoría inteligente	Plataformas adaptativas, estrategias de nivelación basadas en IA y ChatGPT, cuando se utiliza para proporcionar orientación individualizada	Se ajustan las tareas, dificultad, ritmo, ayudas o retroalimentación según el conocimiento y acciones del estudiante. ChatGPT sólo se considera tutor inteligente si realiza estas funciones específicamente; su mera presencia no lo califica como tal.
Herramientas matemáticas dinámicas	GeoGebra, GeoGebra Discovery, Tracker, MATLAB, BlocksCAD, Blockly y programas de modelado 3D	Permiten construir, representar, calcular y manipular objetos, expresiones, datos o modelos matemáticos de forma interactiva. Tracker se sitúa en este contexto porque facilita la obtención y representación dinámica de datos derivados de fenómenos registrados en video.

Simulaciones y realidad virtual o aumentada	Simulaciones computacionales, COMSOL, simulaciones elaboradas con MATLAB, laboratorios virtuales, realidad aumentada y ciertos entornos virtuales	Representan fenómenos o situaciones complejas y permiten ajustar parámetros para observar sus consecuencias. La realidad aumentada puede considerarse una extensión de la categoría de realidad virtual empleada por los autores.
Sistemas hipermedia	Videos explicativos, entornos virtuales, plataformas de conexión y contenidos consultados mediante dispositivos móviles	Integran y enlazan información en distintos formatos —como texto, imagen, animación, audio o video—, principalmente para facilitar su consulta y navegación. Un video individual es un recurso multimedia, pero se convierte en hipermedia cuando se conecta con otros contenidos y con caminos de navegación.
Tecnologías de soporte no clasificables por sí solas	Arduino, impresoras 3D y dispositivos móviles	Son dispositivos físicos cuya clasificación varía según su función educativa y el software que emplean. Arduino puede facilitar la recolección de datos o el control de modelos; la impresión 3D crea modelos físicos, y los dispositivos móviles ofrecen acceso a simulaciones, sistemas tutoriales o recursos hipermedia

Fonte: autoría propria.

Del conjunto de tecnologías presentadas en la Tabla 1, se observó un predominio de las herramientas matemáticas dinámicas, entre ellas GeoGebra, GeoGebra Discovery, Tracker, MATLAB, BlocksCAD, Blockly y los programas de modelado

3D. Este predominio puede interpretarse en la naturaleza contextual de la modelación, pues estas tecnologías permiten construir, representar y manipular datos, expresiones y objetos matemáticos. También llama la atención la presencia de simulaciones computacionales (COMSOL), laboratorios virtuales y realidad aumentada, que pueden interpretarse desde un enfoque experimental de la modelación con tecnología; es decir, una conjunción que posibilita el estudio de fenómenos y permite comprender y modificar parámetros para analizar sus efectos.

Al igual que en las revisiones previas (Molina-Toro et al., 2019; Villa-Ochoa y Suárez-Télles, 2022; Cevikbas et al., 2023; ver Sección 2.3), las tecnologías presentadas en la tabla anterior desempeñan funciones de recolección y análisis de datos, visualización de fenómenos, articulación de representaciones numéricas, algebraicas, gráficas, geométricas y variacionales, manipulación de parámetros, simulación de escenarios, automatización, formulación de conjeturas y validaciones, materialización de modelos y comunicación de los procesos mediante videos y entornos colaborativos. Asimismo, los sistemas adaptativos y la inteligencia artificial ofrecen retroalimentación, generan alternativas y apoyan el diseño, la revisión y la regulación colectiva de las actividades.

En este corpus de investigación predominan varias concepciones de la modelación. Se entiende como un proceso cíclico que incluye sus modificaciones o extensiones para incorporar acciones tecnológicas. También se reconocen enfoques como las *Modeling Eliciting Activities*, la matematización progresiva, el enfoque ontosemiótico, la educación STEM integrada, la indagación, el aprendizaje basado en problemas y la perspectiva sociocrítica. Dentro de estos documentos, coexisten una visión instrumental, que la percibe como apoyo para calcular, representar o resolver; una perspectiva pedagógica-integrativa, relacionada con TPACK, el aprendizaje híbrido, el aula invertida y los ambientes adaptativos; y una visión epistemológica y relacional, vinculada a la Teoría de la Actividad y otras perspectivas desde la perspectiva de seres humanos con medios.

De manera colectiva, estas perspectivas teóricas, roles y entendimientos sobre la modelación y las tecnologías enriquecen su significado, haciéndolo dinámico, experimental, multimodal, espacial, material, colaborativo e interdisciplinario. Se puede interpretar esto como que los modelos matemáticos trascienden su forma simbólica para convertirse en objetos ejecutables, manipulables, comunicables y comparables con datos y fenómenos. Así, la modelación matemática se entiende como una práctica contextualizada que permite explorar relaciones, interpretar cambios, formular y revisar conjeturas, tomar decisiones y comprender problemas reales. Sin embargo, según la semiótica social y la perspectiva de tecnología presentada en la sección 2, estos significados dependen, entre otros aspectos, de los sujetos, del diseño de las tareas, de las prácticas de modelación, del enfoque conceptual, de los objetivos declarados, de la mediación del docente, del acceso a la tecnología y de la integración entre la exploración digital y la argumentación matemática formal. Por ello, en la próxima sección se describen algunas características de lo que se denominaría: "una dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación matemática".

Características de una dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación matemática

Las investigaciones recientes en modelación y tecnología han empleado distintos marcos teóricos para analizar diversos objetos y temas. Desde la perspectiva adoptada en esta revisión, aunque los artículos no mencionen explícitamente un enfoque semiótico, se puede inferir de sus descripciones de tareas, interacciones, producciones estudiantiles y del uso de la tecnología. A continuación, se describen tres aspectos clave de la dimensión tecnológica en la modelación.

Carácter mediacional y constitutivo de la tecnología

Desde la perspectiva presentada sobre la tecnología, se entiende que esta no se reduce a una herramienta externa que agiliza cálculos o muestra información, sino que trasciende a un medio que influye en la configuración de lo que puede observar-

se, representarse, explorarse y comprenderse durante la modelación. En este sentido, los significados producidos no dependen exclusivamente de las acciones humanas, sino que emergen de la relación entre sujetos, tecnologías, conocimientos y contextos de uso.

El análisis de la literatura revela el carácter mediador y constitutivo de la tecnología, considerando la creación de objetos de modelado, la distribución de la agencia y los criterios de validez. Herramientas como Tracker no solo representan movimientos previamente modelados matemáticamente, sino que también capturan, seleccionan y organizan datos que transforman el fenómeno de la caída libre en tablas, gráficos y relaciones funcionales (González-Polo & Castañeda, 2023). La integración de diversas herramientas digitales amplía las fases del ciclo de modelación (Koyunkaya & Dede, 2024); la función mediación de la la tecnología se evidencia en acciones como investigar, visualizar, experimentar, dibujar, medir, calcular y verificar, mediante las cuales los participantes relacionaron el contexto del puente con su formulación matemática. Por ejemplo, las herramientas no se limitaron a facilitar operaciones previamente establecidas: las imágenes, los recorridos de Google Earth y los videos participaron en la construcción perceptiva de la situación; los deslizadores y el arrastre en GeoGebra produjeron retroalimentación inmediata para revisar las parábolas; y la comparación entre GeoGebra y Desmos introdujo formas de verificación que incidieron en la aceptación o modificación de los modelos (Koyunkaya & Dede, 2024). Cevikbas et al. (2025) muestran que los videos explicativos median la comprensión y la simplificación de la modelación y, al desplazar contenidos al trabajo autónomo, reorganizan el tiempo, las interacciones y las actividades presenciales de discusión, colaboración y validación.

Por otro lado, en el estudio de Martínez-Zarzuelo y colegas (2025) se evidencia en que comandos como *Relation*, *Discover* y *LocusEquation* no solo representan o comprueban ideas previamente formuladas, sino que producen relaciones, propiedades, ecuaciones y lugares geométricos que participan en la construcción del modelo y de la evidencia matemática; asimismo, otras

herramientas, al funcionar como una especie de "cinta métrica digital" y de realidad aumentada sobre fotografías, la tecnología transforma qué aspectos del objeto real pueden percibirse, medirse y aceptarse como relevantes para la resolución del problema. En general se observa que la tecnología incorpora procedimientos automatizados que generan conjeturas y verificaciones, redistribuyendo la autoridad entre participantes y algoritmos (Martínez-Zarzuelo et al., 2025); estas características contrastan con los usos del MATLAB, Arduino y COMSOL los cuales producen evidencias que validan modelos mediante análisis, experimentos y simulaciones (Zárate-Navarro et al., 2024). En algunos casos, las tecnologías también reconfiguran la dimensión social de la práctica, ya que las acciones en pantalla se combinan con el habla, los gestos y las respuestas del grupo, creando patrones distintos de participación, liderazgo y construcción colectiva (Canedo Junior et al., 2025; Afram et al., 2026).

Desde esta revisión, el significado no reside en un solo modo, sino que se distribuye entre diferentes modos y se reconfigura mediante la tecnología. En esta perspectiva, lo mediacional se refiere a cómo la tecnología interviene entre los participantes, el fenómeno estudiado y los objetos matemáticos, facilitando acciones como representar, calcular, visualizar, explorar, comunicar y validar. Por otro lado, lo constitutivo implica un nivel más profundo: la tecnología no solo apoya una práctica ya establecida, sino que también transforma la percepción del fenómeno, la construcción del modelo, la producción de evidencia, la organización de la actividad y la definición de conocimientos y soluciones posibles.

Carácter multimodal y transformativo de los significados

La tecnología amplía y estructura las formas de generar significado en la modelación: el lenguaje oral y escrito, símbolos, tablas, gráficos, diagramas, imágenes, animaciones, videos, gestos, sonidos, objetos en 3D y simulaciones. Estos modos no solo presentan el contenido de distintas maneras; cada uno resalta propiedades específicas del fenómeno y facilitan relaciones particulares. La influencia tecnológica es evidente, especialmente en

los procesos de transformación de significados entre distintos modos, como cuando los datos de un sensor se convierten en una tabla, luego en un gráfico y, posteriormente, en una expresión algebraica o en una simulación.

El corpus analizado en este estudio revela el carácter multimodal y transformador de los significados. No solo presenta un contenido en distintas representaciones, sino que también establece relaciones de complementariedad, secuenciación, simultaneidad y transformación. Por ejemplo, en el análisis de González-Polo y Castañeda (2023), Tracker conecta el fenómeno físico, su registro en video, los datos generados y su representación en tablas, gráficas y relaciones algebraicas. En este proceso, el movimiento deja de ser solo una experiencia observable y se convierte en una variación funcional que puede medirse e interpretarse matemáticamente. De manera similar, GeoGebra permite coordinar registros numéricos, algebraicos y geométricos, así como variables, en tiempo real, haciendo visibles relaciones que serían difíciles de detectar en una representación estática y permitiendo que un cambio en un modo provoque modificaciones en los demás (Martínez-Miraval et al., 2025). La transformación también ocurre entre lo digital y lo material: el modelado y la impresión 3D transforman diseños y medidas matemáticas en objetos manipulables, dotando al modelo de nuevos significados vinculados a su estructura, funcionalidad y materialidad (Aydınyer et al., 2026). Además, crear videos explicativos combina narración, imágenes, texto y simbolismo matemático, en los que decidir qué modos destacar o secuenciar influye en la explicación del modelo (Cevikbas et al., 2025).

En otro estudio, integrar simulaciones, mapas visuales, datos de sensores y análisis permite contrastar la coherencia entre las representaciones y detectar tensiones entre el comportamiento experimental y el modelo matemático (Zárate-Navarro et al., 2024). Estos ejemplos ilustran que el significado se enriquece al combinar diferentes modos, y que cada tecnología favorece ciertos modos de conocimiento, especialmente visuales, dinámicos, cuantificados o manipulables, sin descuidar otros, como la explicación verbal, la gestualidad o la argumentación formal, si no se

incorporan explícitamente en la práctica del modelado. Desde una perspectiva multimodal, en el estudio de Koyunkaya y Dede (2024) puede interpretarse que los significados se transforman al articular imágenes, videos, gráficas, expresiones algebraicas y lenguaje verbal. En el problema a modelar (un puente), el registro visual se convirtió en parábolas, ecuaciones, integrales, medidas y costos; incluso una persona observada en la imagen pasó a servir como referencia de escala. Además, las diferencias entre GeoGebra y Desmos evidenciaron tensiones entre las representaciones, pues la nitidez y las posibilidades de manipulación incidieron en los valores obtenidos. Así, la multimodalidad no solo representa distintas maneras, sino que también participa en su producción y transformación.

A partir de esta revisión, los significados en las prácticas de modelación matemática son tanto situados como multimodales. Lo situado significa que no se crean de forma abstracta o independiente, sino en relación con los participantes, los objetivos de la actividad, el fenómeno estudiado, las condiciones materiales, las experiencias previas y las convenciones sociales y culturales que guían la interpretación y validación del modelo. Por otro lado, lo multimodal indica que el significado no reside en una sola representación, sino que se distribuye y transforma a través del lenguaje verbal, símbolos matemáticos, datos, tablas, gráficas, imágenes, gestos, objetos materiales y acciones con tecnologías. De acuerdo con Canedo Junior et al. (2025), en esta visión, las tecnologías condicionan la selección, la producción y la combinación de los modos, fomentando relaciones de complementariedad, énfasis, contraste, secuenciación o simultaneidad, y facilitando traducciones y transducciones que revelan nuevas conexiones matemáticas. De esta manera, los significados no solo se enriquecen al desplazarse entre modos, sino que también adquieren sentido en las condiciones específicas en las que se construyen, se comunican, se interpretan y se validan los modelos.

Carácter situado, relacional y condicionado por las posibilidades tecnológicas

Los significados no solo están condicionados por la tecnología que media, sino que también dependen de las tareas, los participantes, los propósitos, las condiciones de acceso y las prácticas sociales en las que se utiliza la tecnología. Una misma herramienta, como GeoGebra, ChatGPT o un video, puede servir como medio de exploración, representación, validación, comunicación o incluso de reproducción de procedimientos. Por ello, su aporte debe analizarse atendiendo a sus posibilidades y restricciones, así como a las decisiones pedagógicas y sociales que actualizan determinadas funciones y no otras.

El corpus de literatura permite entender que el carácter del uso de la tecnología es situado, relacional y condicionado por las posibilidades tecnológicas, resultado de la interacción entre las propiedades del recurso, el diseño de la tarea, los conocimientos de los participantes y las condiciones sociales y materiales de uso. Por ejemplo, en la modelación remota con realidad aumentada y artefactos físicos, la tecnología adquiere significado en el hogar y depende del acompañamiento familiar, de los materiales disponibles y del rediseño de las tareas, de modo que las familias participan en el sistema de producción de significados (Haas et al., 2022). De manera similar, el uso de teléfonos inteligentes no produce efectos homogéneos: su impacto varía según se usan dispositivos propios o institucionales, los hábitos de los estudiantes y las políticas de acceso, pudiendo aumentar la disponibilidad de recursos o provocar distracción y usos no relacionados con la actividad (Krause et al., 2024).

La función de la tecnología también cambia con las decisiones pedagógicas: las simulaciones pueden promover el trabajo autónomo, pero demasiadas intervenciones del profesor pueden limitar la independencia necesaria para explorar y construir modelos (Gerber et al., 2023); en cambio, los videos explicativos a través de la pausa, repetición y control del ritmo solo favorecen la autonomía y la comprensión cuando se articulan con los conocimientos previos, la motivación, el acompañamiento docente, la calidad del video y las condiciones de acceso a dispositivos y conectividad (Cevikbas et al., 2025). Con ChatGPT, su capacidad para generar ideas y estructurar tareas no garantiza por sí

sola la calidad de la modelación, ya que requiere del juicio del docente para seleccionar, modificar y validar las respuestas (Brunetto & Dello Iacono, 2023). Por su parte, Koyunkaya y Dede (2024) muestran que las posibilidades tecnológicas adquieren un significado situado y relacional, pues sus funciones dependen del contexto formativo, de los propósitos de la tarea, de los conocimientos de los participantes y de las decisiones pedagógicas. Estos estudios muestran que las posibilidades tecnológicas no son cualidades que actúan automáticamente, sino potencialidades y limitaciones que se concretan relacionalmente según quién usa el recurso, con qué propósito, en qué condiciones y con qué grado de autonomía y autoridad para decidir su uso.

A partir de esta revisión, los significados en las prácticas de modelación con tecnología son situados, relacionales y condicionados por las posibilidades tecnológicas. No provienen solo de las funciones disponibles en un programa o dispositivo, sino también de cómo estas se relacionan con las tareas, los objetivos, los participantes y las condiciones sociales y educativas de uso. En esta visión, lo situado indica que el significado se forma en contextos específicos, influido por el nivel educativo, los conocimientos y experiencias de los participantes, las decisiones pedagógicas y las condiciones de acceso, conectividad e infraestructura. Por otro lado, lo relacional implica que las funciones tecnológicas surgen de la interacción entre sus capacidades y restricciones, el diseño de la actividad y las acciones reales de quienes participan. Por lo tanto, una misma herramienta puede facilitar la exploración, representación, validación, comunicación o reproducción de procedimientos. De esta manera, las capacidades tecnológicas no definen automáticamente las prácticas de modelado, sino que las habilitan, orientan o restringen según las condiciones pedagógicas, materiales, económicas y sociales en las que se emplean.

CONSIDERACIONES FINALES

Este estudio se propuso caracterizar la dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación matemática; para ello, se enunciaron los elementos conceptuales de las

prácticas de modelación y el lente teórico de la semiótica social. A partir de ello, se revisaron 39 documentos de investigación a partir de los cuales emergieron tres características aportan a comprender "una dimensión tecnológica de los significados en prácticas de modelación".

En conjunto, estas tres características contribuyen a comprender esta dimensión tecnológica **c**omo una configuración dinámica en la que la tecnología participa en la producción, transformación y validación del conocimiento generado al modelar con tecnología, sin actuar de manera aislada ni de forma determinista. De este estudio destacan varios resultados importantes.

En primer lugar, el carácter mediacional y constitutivo muestra que las tecnologías no solo facilitan la representación, el cálculo, la exploración o la comunicación, sino que también influyen en la delimitación de fenómenos, la construcción de modelos, la generación de evidencias y la organización de acciones posibles. En segundo lugar, se enfatiza que el carácter multimodal y transformativo evidencia que los significados se distribuyen entre palabras, símbolos, datos, gráficas, imágenes, gestos, objetos y acciones digitales, y que estos se modifican mediante procesos de traducción, transducción, coordinación y tensión entre representaciones. En tercer lugar, el carácter situado, relacional y condicionado por las tecnologías permite entender que estas formas de significar dependen de tareas, propósitos, participantes, conocimientos, decisiones pedagógicas y condiciones materiales, sociales e institucionales.

Esta perspectiva proporciona un marco analítico que va más allá de centrarse únicamente en las herramientas o en sus efectos. Los resultados de esta revisión pueden aportar insumos para que nuevas investigaciones analicen episodios específicos de interacción, transformaciones intermodales, la distribución de la agencia, criterios de validación, desigualdades de acceso y modos de uso relacionados con cada tecnología. Futuros estudios también podrían destacar que el diseño de tareas y la formación docente deben fomentar un uso crítico, flexible y multimodal de los recursos, promoviendo la autonomía, la comparación de representaciones, la explicitación de decisiones y la reflexión

sobre restricciones, autorías y participación. No obstante, este estudio presenta limitaciones en la interpretación de sus resultados: en primer lugar, se resalta que estas características deben considerarse interpretaciones locales, dado que el corpus es heterogéneo; muchos estudios no provienen de perspectivas semióticas; por otro lado, las herramientas analíticas adoptadas no fueron suficientes para identificar interacciones, gestos, decisiones y cambios de significado. Por ello, es fundamental contrastar y perfeccionar estas características con el análisis de otros estudios teóricos y empíricos en el aula y comparaciones entre diferentes contextos, poblaciones y tecnologías.

AGRADECIMIENTOS

Este capítulo se realizó con el apoyo del CODI Universidad de Antioquia (Código No 2024- 72250, Colombia) y CNPq, Brazil (código No 405112/2023-8).

REFERENCIAS

AFRAM, Obed Opoku; HADJERROUIT, Said; MONAGHAN, John. Analysing group interaction sequences in technology-mediated mathematical modelling activities. **Mathematics Education Research Journal**, 20 Apr. 2026. DOI 10.1007/s13394-026-00568-1. Available at: https://link.springer.com/10.1007/s13394-026-00568-1.

AYDINYER, Yurdagül; BAUTISTA, Guillermo; TEJERA, Mathias; LAVICZA, Zsolt. Integrating 3D modeling and printing with model-eliciting activity for pre-service mathematics teachers: Challenges and opportunities. **Journal of Research on Technology in Education**, , p. 1–18, 23 Apr. 2026. DOI 10.1080/15391523.2026.2650176. Available at: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/15391523.2026.2650176.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BORBA, Marcelo C.; VILLARREAL, Mónica E. **Humans-with-**

-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. New York: Springer, 2005. vol. 39, (Mathematics Education Library). DOI 10.1007/b105001. Available at: http://link.springer.com/10.1007/b105001.

BORBA, Marcelo C.; SOUTO, Daise Lago P.; CUNHA, José Fernandes T.; DOMINGUES, Nilton S. Humans-with-Media: Twenty--Five Years of a Theoretical Construct in Mathematics Education. *In*: PEPIN, Birgit; GUEUDET, Ghislaine; CHOPPIN, Jeff (eds.). **Handbook of Digital Resources in Mathematics Education**. Springer International Handbooks of Education. Cham: Springer International Publishing, 2024. p. 191–216. DOI 10.1007/978-3-031-45667-1_7. Available at: https://link.springer.com/10.1007/978-3-031-45667-1_7.

BRUNETTO, Domenico; IACONO, Umberto Dello. Teaching Mathematics with Digital Tools: An Italian High School Teachers' Perspective. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, vol. 30, no. 4, p. 205–212, 1 Dec. 2023. https://doi.org/10.1564/tme_v30.4.1.

CANEDO JUNIOR, Neil da Rocha; BORBA, Marcelo C.; VILLA--OCHOA, Jhony Alexander. Contributions of Digital Videos in Mathematical Modelling Practices: Semiotic Meanings and Resources. **ZDM – Mathematics Education**, vol. 57, no. 2–3, p. 473–488, 15 Jun. 2025. DOI 10.1007/s11858-025-01681-4. Available at: https://link.springer.com/10.1007/s11858-025-01681-4.

CARREIRA, Susana; BAIOA, Ana Margarida; ALMEIDA, Lourdes Maria. Mathematical models and meanings by school and university students in a modelling task. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, no. 17, p. 67–83, 1 May 2020. DOI 10.35763/aiem.v0i17.308. Available at: https://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/308.

CIFUENTES, José Carlos; NEGRELLI, Leônia Gabardo. Uma Interpretação Epistemológica do Processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, vol. 26, no. 43, p. 791–815, Aug. 2012. DOI 10.1590/S0103-636X2012000300003. Available at: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300003&lng=pt&tlng=pt.

CEVIKBAS, Mustafa; GREEFRATH, Gilbert; SILLER, Hans-Ste-

fan. Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education – a descriptive systematic literature review. **Frontiers in Education**, vol. 8, 11 Apr. 2023. DOI 10.3389/feduc.2023.1142556. Available at: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2023.1142556/full.

CEVIKBAS, Mustafa; MIESSELER, Denise; KAISER, Gabriele. Pre-service mathematics teachers' experiences and insights into the benefits and challenges of using explanatory videos in flipped modelling education. **ZDM – Mathematics Education**, vol. 57, no. 2–3, p. 245–258, 17 Jun. 2025. DOI 10.1007/s11858-025-01650-x. Available at: https://link.springer.com/10.1007/s11858-025-01650-x.

ERBILGIN, Evrim; GNINGUE, Serigne M. Using the onto-semiotic approach to analyze novice algebra learners' meaning-making processes with different representations. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 114, no. 2, p. 337–357, 21 Oct. 2023. DOI 10.1007/s10649-023-10247-8. Available at: https://link.springer.com/10.1007/s10649-023-10247-8.

FURLEY, Philip; GOLDSCHMIED, Nadav. Systematic vs. Narrative Reviews in Sport and Exercise Psychology: Is Either Approach Superior to the Other? **Frontiers in Psychology**, vol. 12, p. 685082, 9 Jul. 2021. DOI 10.3389/fpsyg.2021.685082. Available at: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2021.685082/full.

GERBER, Sebastian; QUARDER, Jascha; GREEFRATH, Gilbert; SILLER, Hans-Stefan. Promoting adaptive intervention competence for teaching simulations and mathematical modelling with digital tools: theoretical background and empirical analysis of a university course in teacher education. **Frontiers in Education**, vol. 8, 19 Jul. 2023. DOI 10.3389/feduc.2023.1141063. Available at: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2023.1141063/full.

GODINO, Juan D.; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R.; LURDUY, Orlando. Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 77, no. 2–3, p. 247–265, 28 Jul. 2011. DOI 10.1007/s10649-010-9278-x. Available at: http://link.springer.com/10.1007/s10649-010-9278-x.

GONZÁLEZ-POLO, Rosa Isela; CASTAÑEDA, Apolo. Aprender funciones como un proceso de matematización progresiva: estu-

diantes de secundaria enfrentado una secuencia didáctica de caída libre. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, vol. 26, no. 2, p. 147–175, 31 Jul. 2023. https://doi.org/10.12802/relime.23.2621.

HAAS, Ben; LAVICZA, Zsolt; KREIS, Yves. Parent's experience in remote learning during COVID-19 with digital and physical mathematical modelling. **Research and Practice in Technology Enhanced Learning**, vol. 18, p. 013, 24 Oct. 2022. DOI 10.58459/rptel.2023.18013. Available at: https://rptel.apsce.net/index.php/RPTEL/article/view/2023-18013.

HILLMAYR, Delia; ZIERNWALD, Lisa; REINHOLD, Frank; HOFER, Sarah I.; REISS, Kristina M. The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. **Computers & Education**, vol. 153, p. 103897, Aug. 2020. DOI 10.1016/j.compedu.2020.103897. Available at: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360131520300968.

HOSTETTER, A. B.; ALIBALI, M. W. Visible embodiment: Gestures as simulated action. **Psychonomic Bulletin & Review**, vol. 15, no. 3, p. 495–514, 1 Jun. 2008. DOI 10.3758/PBR.15.3.495. Available at: http://link.springer.com/10.3758/PBR.15.3.495.

JEWITT, Carey; BEZEMER, Jeff; O'HALLORAN, Kay. **Navigating a diverse field**. New York: Routledge, 2016.

KENDON, Adam. **Gesture Visible Action as Utterance**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. DOI 10.1017/CBO9780511807572. Available at: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511807572/type/book.

KHATIN-ZADEH, Omid; FARSANI, Danyal; REALI, Florencia. A Study of Using Metaphoric and Beat Gestures with Motion-Based and Non-Motion-Based Metaphors during Retelling Stories. **Behavioral Sciences**, vol. 12, no. 5, p. 129, 29 Apr. 2022. DOI 10.3390/bs12050129. Available at: https://www.mdpi.com/2076-328X/12/5/129.

KAISER, Gabriele. The Teaching and Learning of Mathematical Modeling. *In*: CAI, Jinfa (ed.). **Compendium for Research in Mathematics Education**. Reston, VA: NCTM, 2017. p. 267–291.

KILPATRICK, Jeremy; HOYLES, Celia; SKOVSMOSE, Ole; VA-

LERO, Paola (Eds.). **Meaning in Mathematics Education**. New York, NY: Springer US, 2005. vol. 37, (Mathematics Education Library). DOI 10.1007/b104298. Available at: http://link.springer.com/10.1007/b104298.

KOYUNKAYA, Melike Yiğit; DEDE, Ayşe Tekin. Using different digital tools in designing and solving mathematical modelling problems. **Education and Information Technologies**, vol. 29, no. 14, p. 19035–19065, 18 Oct. 2024. DOI 10.1007/s10639-024-12577-3. Available at: https://link.springer.com/10.1007/s10639-024-12577-3.

KRAUSE, Maurice; GREEFRATH, Gilbert; FORTHMANN, Boris; KREMER, Fabienne E.; REER, Felix; LAUMANN, Daniel; MASEMANN, Dörthe; DENZ, Cornelia; HEINICKE, Susanne; LEIBROCK, Barbara; MAROHN, Annette; QUANDT, Thorsten; SOUVIGNIER, Elmar; UBBEN, Malte; HEUSLER, Stefan. Effects of student-owned and provided mobile devices on mathematical modeling competence: investigating interaction effects with problematic smartphone use and fear of missing out. **Frontiers in Education**, vol. 9, 1 Mar. 2024. DOI 10.3389/feduc.2024.1167114. Available at: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2024.1167114/full.

LEBRUN-LLANO, Valeria; PARRA-ZAPATA, Mónica Marcela; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Características descriptivas y prescriptivas en tareas de modelación matemática. *In*: SOLARES--ROJAS, Armando; PRECIADO BABB, Armando Paulino (eds.). **La investigación en modelización matemática: un diálogo entre educadores de Latinoamérica y España**. [*S. l.*]: Editorial SOMIDEM, 2025. p. 255–283. DOI 10.24844/SOMIDEM/S2/2025/01-11. Available at: https://editorialsomidem.org.mx/?view=capitulo&id=1020&idp=1019.

MARTÍNEZ-MIRAVAL, Mihály; GARCÍA-CUÉLLAR, Daysi; TEJERA, Mathías; CURO CUBAS, Agustín. Modelización matemática en temas de Cálculo: dos aproximaciones tecnológicas a un problema de optimización. **Uniciencia**, vol. 39, no. 1, p. 1–25, 30 Nov. 2025. DOI 10.15359/ru.39-1.18. Available at: https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/20473.

MARTÍNEZ-ZARZUELO, Angélica; NOLLA, Álvaro; RECIO, Tomás; TOLMOS, Piedad; ARIÑO-MORERA, Belén; GALLARDO, Alejandro. An Experience with Pre-Service Teachers, Using

GeoGebra Discovery Automated Reasoning Tools for Outdoor Mathematics. **Education Sciences**, vol. 15, no. 6, p. 782, 19 Jun. 2025. DOI 10.3390/educsci15060782. Available at: https://www.mdpi.com/2227-7102/15/6/782.

MITCHAM, Carl. **Thinking Through Technology: The Path Between Engineering and Philosophy**. Chicago: The University of Chicago Press, 1994. https://doi.org/10.5840/intstudphil200133228.

MOLINA-TORO, Juan Fernando; RENDÓN-MESA, Paula Andrea; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Research Trends in Digital Technologies and Modeling in Mathematics Education. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, vol. 15, no. 8, p. em1736, 11 Apr. 2019. DOI 10.29333/ejmste/108438. Available at: https://www.ejmste.com/article/research-trends-in-digital-technologies-and-modeling-in-mathematics-education-7693.

MOLINA-TORO, Juan Fernando; RENDÓN-MESA, Paula Andrea; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Contradictions in mathematical modeling with digital technologies. **Education and Information Technologies**, vol. 27, no. 2, p. 1655–1673, 31 Mar. 2022. DOI 10.1007/s10639-021-10676-z. Available at: https://doi.org/10.1007/s10639-021-10676-z.

PRESMEG, Norma; RADFORD, Luis; ROTH, Wolff-Michael; KADUNZ, Gert (Eds.). **Signs of Signification**. Cham: Springer International Publishing, 2018(ICME-13 Monographs). DOI 10.1007/978-3-319-70287-2. Available at: http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-70287-2.

RENDÓN-MESA, Paula Andrea; PARRA-ZAPATA, Mónica Marcela; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Opportunities of Authentic Modelling Tasks in the Learning of Mathematical Modelling for Teaching. A Study with Prospective Mathematics Teachers. **Uni-pluriversidad**, vol. 23, no. 1–2, p. 1–21, 2023. DOI 10.17533/udea.unipluri.358071. Available at: https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.358071.

RENDÓN-MESA, Paula Andrea; CASTRILLÓN-YEPES, Alexander; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Componentes de la modelación matemática y sus contribuciones en la realización de proyectos por parte de futuros profesores de matemáticas. **Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática**, vol. 4, no. 3, p. 1–41, 9 Nov. 2024. DOI 10.54541/reviem.v4i3.115. Available at:

https://reviem.com.ve/index.php/REVIEM/article/view/115.

SUKHERA, Javeed. Narrative Reviews: Flexible, Rigorous, and Practical. **Journal of Graduate Medical Education**, vol. 14, no. 4, p. 414–417, 1 Aug. 2022. DOI 10.4300/JGME-D-22-00480.1. Available at: https://jgme.kglmeridian.com/view/journals/jgme/14/4/article-p414.xml.

VILLA-OCHOA, Jhony Alexander; SUÁREZ-TÉLLEZ, Liliana. Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry for Mathematical Thinking. *In*: DANESI, Marcel (ed.). **Handbook of Cognitive Mathematics**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 843–868. DOI 10.1007/978-3-031-03945-4_36. Available at: https://link.springer.com/10.1007/978-3-031-03945-4_36.

VILLA-OCHOA, J. A. Mathematical Modeling from a Socio-Critical Perspective: A view on Interdisciplinarity. **Uni-pluriversidad**, vol. 24, no. 1, p. 1–8, 2024. DOI: 10.17533/udea.unipluri.362553. Disponível em: https://revistas.udea.edu.co/index.php/unip/article/view/362553. Acesso em: 24 jul. 2026.

VILLA-OCHOA, J.A & FARSANI, D (2026). Semiotic Meanings in Mathematical Modeling: An Analysis of Videos Produced by Prospective Teachers, **Frontiers in Education**,

DE VRIES, Marc J. **Teaching about Technology. An Introduction to the Philosophy of Technology for Non-philosophers**. Second Edi. Cham: Springer International Publishing, 2016. DOI 10.1007/978-3-319-32945-1. Available at: http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-32945-1.

ZÁRATE-NAVARRO, Marco A.; SCHIAVONE-VALDEZ, Sergio D.; CUEVAS, José E.; WARREN-VEGA, Walter M.; CAMPOS-RODRÍGUEZ, Armando; ROMERO-CANO, Luis A. STEM activities for heat transfer learning: Integrating simulation, mathematical modeling, and experimental validation in transport phenomena education. **Education for Chemical Engineers**, vol. 49, p. 81–90, Oct. 2024. DOI 10.1016/j.ece.2024.06.004. Available at: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1749772824000149

SOBRE OS AUTORES

BÁRBARA NIVALDA PALHARINI ALVIM SOUSA

Graduada em Matemática, Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina – UEL, e Pós-doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professora Efetiva do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP – Campus Cornélio Procópio. E-mail: barbara.palharini@uenp.edu.br

BIANCA MARTINS DE OLIVEIRA

Licenciada em Matemática, Mestre e Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina - UEL. Professora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus de Cornélio Procópio (UENP CCP).

DANIEL TREVISAN SANZOVO

Físico, Mestre em Física, Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina – UEL. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática (Campus de Jacarezinho) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN/Campus de Cornélio Procópio) da Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP. E-mail: dsanzovo@uenp.edu.br

JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA

É licenciado em Matemática e Física, Mestre e Doutor em Educação pela Universidad de Antioquia em Medellín, Antioquia. É professor titular da Facultad de Educación da Universidad de Antioquia (Medellín Colombia). Coordenador do Grupo MATHEMA - Formación e Investigación en Educación Matemática.

LUCKEN BUENO LUCAS

Biólogo, Especialista em Bioética, Mestre e Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina – UEL. Professor do Curso de Ciências Biológicas e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP – *Campus* Cornélio Procópio. E-mail: luckenlucas@uenp.edu.br

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Membro da diretoria regional da SBEM/PR (2025-2028). Bolsista de Produtividade em Pesquisa da Fundação Araucária (2025-2027).

LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA

Docente da Universidade Estadual de Londrina. Atua no curso de Licenciatura em Matemática e é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) da UEL. É líder do GRUPEMMAT-Grupo de Pesquisas sobre Modelagem e Educação Matemática. É bolsista de produtividade do CNPq, com expressiva produção em periódicos da área de Educação Matemática. Licenciada em Matemática pela UNIOESTE, Mestre em Matemática pela UEL e com doutorado e pós-doutorado pela UFSC.

ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA

Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Graduado em Licenciatura em Matemática com Ênfase em Informática pela Faculdade de Apucarana. Membro do Grupo de Pesquisa sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática

(GRUPEMMAT). Atua como professor do Quadro Próprio do Magistério da Secretaria de Estado da Educação SEED/PR.

RUDOLPH DOS SANTOS GOMES PEREIRA

Licenciado em Ciências e Matemática pela Faculdade Estadual de Filosofia, Ciências e Letras de Cornélio Procópio, Especialista em Instrumentalização para o Ensino de Matemática e Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná e Doutor em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus de Cornélio Procópio (UENP CCP). E-mail: rudolphsantos@uenp.edu.br

THIAGO FERNANDO MENDES

Licenciado em Matemática, Especialista em Educação Matemática, Mestre e Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina – UEL. Professor do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus de Cornélio Procópio (UENP CCP). E-mail: thiago.mendes@uenp.edu.br

THIAGO SAWADA

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), especialista em Metodologia do Ensino da Matemática, em Tecnologias Digitais e Inovação na Educação e Avaliação Educacional (FASUL, 2025). Atualmente, é mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN - UENP) e professor de Matemática, Educação Financeira, Programação e Robótica na Educação Básica da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED/PR).

CONSELHO EDITORIAL:

Drª. Larissa de Cássia Antunes Ribeiro (UNICENTRO)
Dr. Fábio Augusto Steyer (UEPG)
Drª. Silvana Oliveira (UEPG)
Dr. Anderson Pedro Laurindo (UTFPR)
Drª. Marly Catarina Soares (UEPG)
Drª. Naira de Almeida Nascimento (UTFPR)
Drª Letícia Fraga (UEPG)
Drª. Anna Stegh Camati (UNIANDRADE)
Dr. Evanir Pavloski (UEPG)
Drª. Eunice de Morais (UEPG)
Drª. Joice Beatriz da Costa (UFFS)
Drª. Luana Teixeira Porto (URI)
Dr. César Augusto Queirós (UFAM)
Dr. Valdir Prigol (UFFS)
Drª. Clarisse Ismério (URCAMP)
Dr. Nei Alberto Salles Filho (UEPG)
Drª Ana Flávia Braun Vieira (UEPG)
Dr. Marcos Pereira dos Santos (UTFPR)
Dr. Álvaro Daniel Costa (UNIOESTE)

Significado em Movimento: discussões teóricas e diálogos com a sala de aula reúne reflexões teóricas e resultados de pesquisas que investigam o significado e sua construção no âmbito da Educação Matemática. A obra é fruto da colaboração entre pesquisadores da Universidade Estadual de Londrina (UEL), da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) e da Universidade de Antioquia (Colômbia), no contexto de um projeto financiado pelo CNPq.

Com base em diferentes perspectivas teóricas — filosóficas, semióticas, cognitivas e socioculturais —, e ancorada em dados empíricos produzidos em cursos de Licenciatura em Matemática, programas de pós-graduação e em um curso de formação de professores, a obra explora como o significado se constitui em movimento, articulando teoria e prática, pesquisa e sala de aula.

Os nove capítulos que compõem o livro apresentam contribuições originais que ampliam a compreensão sobre o significado em contextos educacionais, oferecendo subsídios teóricos e metodológicos para pesquisadores, professores e estudantes interessados nas relações entre ensino, aprendizagem e sentido na Educação Matemática.